

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

RODRIGO VOGLIOTTI

**Mensuração da Exposição no Momento do Default
(EAD) para Derivativos de Balcão através da
Simulação de Monte Carlo**

São Paulo

2012

V883m Vogliotti, Rodrigo

Mensuração da exposição no momento do default (EAD)
para derivativos de balcão através da simulação de Monte
Carlo / Rodrigo Vogliotti - 2012.

68f. : 30 cm

Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas) –
Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2012.

Orientação: Prof. Dr. Herbert Kimura

Bibliografia: f. 66-68

1.Risco de crédito. 2. Risco de crédito de contraparte. 3.
Basileia. 4. Exposição no momento do default. I. Título.

CDD 658.88

RODRIGO VOGLIOTTI

**MENSURAÇÃO DA EXPOSIÇÃO NO MOMENTO DO DEFAULT (EAD) PARA
DERIVATIVOS DE BALCÃO ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO**

Dissertação apresentada à Universidade
Presbiteriana Mackenzie como requisito para a
obtenção do título de mestre em Finanças.

Aprovado em 17/08/2012

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Herbert Kimura
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Leonardo Fernando Cruz Basso
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Eduardo Kazuo Kayo
Examinador Externo

Dedicado à Alice e à minha família.
Obrigado pelo suporte que tive para a execução deste trabalho.

RESUMO

A dificuldade em desenvolver um modelo estatístico que contemple variáveis aleatórias e a necessidade de intensa capacidade para processamento de dados são os principais desafios para a mensuração do risco de crédito de contraparte. A necessidade em conhecer o valor da exposição no momento do default (EAD) em um instrumento derivativo é fator decisivo para a precificação, gestão do portfólio e alocação de capital. Recentes acontecimentos como a criação de produtos inovadores, o advento do novo acordo de Basileia (Basileia II) e a crise de crédito de 2007/08 reforçaram a importância de se saber qual o risco de crédito efetivo que cada contraparte está exposta em uma determinada transação. O objetivo deste estudo foi desenvolver modelos para mensuração do risco de crédito da contraparte a partir da estimação da exposição da contraparte para títulos, ações e contrato a termo de ações através da utilização da simulação de Monte Carlo. Os resultados da análise de sensibilidade indicam que certos parâmetros como a taxa de juro, a média e o desvio padrão apresentam forte correlação linear com a exposição (EAD) calculada e podem ser importantes direcionadores para o processo decisório. No modelo de contrato a termo de ações foi verificado que variáveis aleatórias correlacionadas potencializam o valor da exposição.

Palavras-chave: risco de crédito, risco de crédito de contraparte, Basileia, exposição no momento do default.

ABSTRACT

The difficulty in developing a statistical model that includes random variables and the need for intensive data processing capacity are the main challenges for the measurement of counterparty credit risk. The need to know the exposure value at the time of default (EAD) on a derivative instrument is a decisive factor for pricing, portfolio management and capital allocation. Recent events such as the creation of innovative products, coming from the new Basel Accord (Basel II) and the credit crisis of 2007/08 reinforce the importance of knowing what the actual credit risk exposure in a particular transaction. The aim of this study was to develop models for measuring credit risk of the counterparty from the estimation of counterparty exposure to bonds, equities and forward contract through the use of Monte Carlo simulation. The results of the sensitivity analysis indicate that certain parameters such as the interest rate, the mean and standard deviation show strong linear correlation with exposure (EAD) and this issue can be an important driver for the decision-making process. In the model of forward contract was found that correlated random variables can potentiate the exposure value.

Keywords: credit risk, counterparty credit risk, Basel, exposure at default.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	1
2. Referencial Teórico.....	4
2.1 Conceituação do Risco de Crédito.....	4
2.2 Regulamentação sobre Crédito.....	7
2.3 Exposição no Momento do Default (EAD).....	11
2.4 Exposição no Momento do Default para Instrumentos Derivativos.....	12
2.5 Definição e Principais Conceitos Relacionados ao Risco de Crédito de Contraparte.....	13
2.6 Regulamentação sobre Risco de Crédito de Contraparte.....	16
2.7 Estudos Teóricos e Empíricos sobre Mensuração do Risco de Crédito de Contraparte.....	21
2.8 Outros Estudos sobre Risco de Crédito de Contraparte.....	25
2.9 Modelos Matemáticos.....	27
3. Metodologia.....	30
3.1 Modelos de Precificação.....	31
3.1.1 Modelo de Precificação de Títulos.....	31
3.1.2 Modelo de Precificação de Ações.....	33
3.1.3 Modelo de Precificação de Termo de Ações.....	34
3.1.4 Programação da Modelagem Estatística.....	34
3.2 Simulação dos Cenários.....	35
3.3 Recálculo do MtM	36
3.4 Compensação (<i>Netting</i>).....	37
3.5 Efeito das Garantias.....	38
3.6 Extração das Estatísticas de Exposição.....	38
3.7 Análise de Sensibilidade dos Modelos.....	39
3.8 Processamento de Dados.....	39

3.9 Dados Históricos Utilizados	40
4. Resultados.....	41
4.1 Análise dos Resultados – Precificação de Títulos.....	42
4.1.1 Processo de Difusão das Taxas de Juros.....	42
4.1.2 Precificação do Título.....	43
4.1.3 Marcação a Valor de Mercado (MtM).....	44
4.1.4 Exposição Corrente (<i>current exposure</i>).....	45
4.1.5 Exposição Potencial Futura (PFE).....	46
4.1.6 Demais Estatísticas e Cálculo da <i>Effective EPE</i>	47
4.1.7 Análise de Sensibilidade dos Parâmetros.....	50
4.2 Análise dos Resultados – Precificação de Ações.....	51
4.2.1 Processo de Precificação de Ações.....	51
4.2.2 Marcação a Valor de Mercado (MtM).....	52
4.2.3 Exposição Corrente (<i>current exposure</i>).....	53
4.2.4 Exposição Potencial Futura (PFE).....	54
4.2.5 Demais Estatísticas e Cálculo da <i>Effective EPE</i>	57
4.2.6 Análise de Sensibilidade dos Parâmetros.....	59
4.3 Análise dos Resultados – Termo de Ações.....	60
4.3.1 Análise de Sensibilidade.....	62
5. Conclusões.....	64
6. Referências Bibliográficas.....	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Percentual do <i>Add-on</i> aplicável ao valor nocional.....	16
Tabela 2 - Dados de Referência - Taxa de Juros.....	40
Tabela 3 - Dados de Referência – Preço de Ações.....	40
Tabela 4 – Resultado das Estatísticas - Precificação de Títulos.....	48
Tabela 5 – Resultado das Estatísticas - Precificação de Ações.....	58
Tabela 6 – Resultado das Estatísticas - Precificação de contrato a termo.....	61
Tabela 7 – Comparação entre coeficiente de correlação e a exposição.....	62

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Difusão das taxas de juros para 5 cenários.....	42
Gráfico 2 – Difusão das taxas de juros para 30 cenários.....	43
Gráfico 3 – Preço do título para 5 cenários.....	43
Gráfico 4 – Preço do título para 30 cenários.....	44
Gráfico 5 – Valor do título marcado a mercado para 5 cenários.....	44
Gráfico 6 – Valor do título marcado a mercado para 30 cenários.....	45
Gráfico 7 – Percentual da exposição corrente para 5 cenários.....	45
Gráfico 8 – Percentual da exposição corrente para 30 cenários.....	46
Gráfico 9 – Comparativo do percentual da exposição máxima para 5.000 cenários.....	47
Gráfico 10 – Percentual das medidas de exposição para 5.000 cenários.....	48
Gráfico 11 – Difusão do preço da ação para 5 cenários.....	51
Gráfico 12 – Difusão do preço da ação para 30 cenários.....	52
Gráfico 13 – Valor da ação marcado a mercado para 5 cenários.....	52
Gráfico 14 – Valor da ação marcado a mercado para 30 cenários.....	53
Gráfico 15 – Percentual da exposição corrente para 5 cenários.....	53
Gráfico 16 – Percentual da exposição corrente para 30 cenários.....	54
Gráfico 17 – Percentual da exposição máxima (PFE 95%).....	55
Gráfico 18 – Percentual da exposição máxima (PFE 99%).....	55
Gráfico 19 – Comparativo do percentual da exposição máxima para 5.000 cenários.....	56
Gráfico 20 – Percentual das medidas de exposição para 5.000 cenários.....	57

1. INTRODUÇÃO

Nos anos 90, Cauoette et al (1998) salientaram que a gestão do risco de crédito era um dos principais desafios do mercado financeiro para o futuro. Doze anos depois, Gregory (2010) destacou o risco de crédito como o novo grande desafio para o mercado globalizado, acrescentando que a primeira década do século XXI tem sido desastrosa para a gestão de riscos financeiros e especificamente para os produtos derivativos.

Este preâmbulo deixa claro que o risco de crédito se mantém como um dos principais riscos a ser mensurado e controlado pelas instituições financeiras dado a alta representatividade sobre os seus ativos totais. O recente desenvolvimento de produtos financeiros mais complexos e inovadores gerou duas conseqüências no mercado financeiro mundial. Primeiramente aumentou de forma drástica a exposição dos bancos em ativos relacionados a derivativos financeiros e em seguida, gerou maior necessidade de conhecer o verdadeiro risco de crédito que está embutido nestas transações mais complexas.

Nos últimos anos, a crise financeira de 2007/08, talvez tenha sido o principal fator de contribuição para o aprimoramento da gestão do risco de crédito, em especial para o risco de crédito de contraparte. As perdas geradas por transações com derivativos e o crescimento do risco sistêmico causaram grande preocupação sobre a real exposição ao risco de crédito que as instituições financeiras traziam em seus portfólios.

Diferentemente dos contratos de empréstimos, onde se sabe no início da operação qual o montante cada contraparte está exposta, nos contratos com derivativos o risco de crédito flutua ao longo do tempo em função das variáveis de mercado. Desta forma, o valor efetivo da exposição das contrapartes requer a estimação dos ganhos ou perdas ao longo de determinado período no tempo.

Neste contexto surgem questões a serem respondidas: (i) se a contraparte entrar em default hoje qual será a exposição corrente ou o custo de reposição da transação; (ii) e qual a estimativa razoável para o custo potencial de reposição (exposição), quando a contraparte entrar em default em determinada data no futuro. A primeira questão é facilmente respondida através do cálculo do valor marcado a mercado (*marked-to-market - MtM*). Contudo, a segunda pergunta é muito mais complexa tendo em vista o movimento adverso que as

variáveis seguem para determinar o valor do custo de reposição das transações em determinado momento no futuro.

Esta dificuldade em estabelecer e quantificar o risco de crédito para os instrumentos derivativos motivou o desenvolvimento deste trabalho, cujo propósito é elaborar um modelo para mensuração do risco de crédito da contraparte a partir da estimação da exposição da contraparte para determinado tipo de derivativo em uma data futura. O cálculo da exposição no momento do default (*exposure at default* – EAD) apresentado neste estudo está aderente aos princípios de Basileia II e pode ser utilizado para fins de alocação de capital e para a gestão dos instrumentos derivativos negociados em mercados de balcão.

Além disso, a efetiva utilização de um modelo para mensuração do risco de crédito de contraparte para diferentes tipos de derivativos requer o conhecimento dos parâmetros que podem influenciar a exposição, além dos fatores de risco de mercado. A exposição pode ser sensível a alguns parâmetros como a média e o desvio padrão.

Outra justificativa para este estudo é grande importância que o mercado de derivativos de balcão tem no Brasil e no mercado financeiro mundial. O volume de exposição nominal dos contratos para diversos tipos de derivativos apresentou notável crescimento nos últimos anos. Este volume que somava US\$ 95,2 trilhões em dez/2000, atingiu US\$ 647,7 trilhões no final de 2011, conforme dados divulgados pelo *Bank for International Settlements* (BIS). O valor bruto de mercado destes contratos era US\$ 27,3 trilhões em dezembro de 2011. No Brasil, o volume médio mensal de contratos derivativos negociados em 2011 era de R\$ 3,9 bilhões para todos os tipos de derivativos. Estes dados são divulgados periodicamente pela BMF&Bovespa.

A metodologia utilizada para mensurar o risco de crédito de contraparte segue os trabalhos de Gregory (2010) e Cespedes et al (2010) e consiste de duas etapas principais. Inicialmente são estabelecidos modelos de difusão para fatores de risco de mercado ao qual uma transação pode estar exposta. São realizadas simulações de cenários futuros para os fatores de risco através do método da Simulação de Monte Carlo, buscando-se calcular a exposição ou preço do ativo marcado a mercado para diversos cenários ao longo do tempo. Em seguida, calculamos o valor presente do preço dos ativos a fim de obter o efetivo valor em determinada data.

Na etapa seguinte, são calculadas a exposição esperada (*expected exposure* - EE), e exposição esperada efetiva (*effective EE*), a exposição esperada positiva (*expected positive exposure* - EPE) e a exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*), sendo esta última utilizada para o cálculo da exposição no momento do default (*exposure at default* - EAD). Estas exposições representam importantes métricas para mensuração do risco de crédito da contraparte e podem ser empregadas na elaboração do Método do Modelo Interno (*Internal Model Method* - IMM) para o cálculo do capital regulatório.

Diversos desafios se impõem para a modelagem do risco de crédito da contraparte. Em primeiro lugar, a definição do processo de difusão dos fatores de risco envolve não somente uma escolha do modelo probabilístico, mas também dificuldades de estimação de parâmetros que representem o comportamento futuro. Em segundo lugar, o processo de marcação a mercado para identificação de eventuais exposições pode ser complexo devido à sofisticação de modelos de precificação de derivativos. Finalmente, o próprio mecanismo de simulação pode impor severas restrições, dada a intensa utilização da capacidade de processamento de computadores, em função da necessidade de projeção de diversos cenários para análise.

Além do desenvolvimento da modelagem para estimação do risco de crédito da contraparte, foram também conduzidas análises de sensibilidade para o EAD, identificando como a exposição varia em relação ao comportamento dos fatores de risco e dos respectivos parâmetros. Foram estudadas, além de diferentes mecanismos de difusão e estimativas de parâmetros dos modelos de precificação, potenciais influências da dependência entre fatores de risco nas estimativas de exposição ao risco de crédito da contraparte. Por exemplo, quando fatores de risco estão correlacionados, os mecanismos de simulação de variáveis aleatórias podem ser mais complexos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceituação do Risco de Crédito

O conceito de risco de crédito mais empregado consiste na possibilidade de perda decorrente da inabilidade da contraparte em honrar suas obrigações. Caouette et al (1998) empregam um conceito mais simplificado, porém abrangente, quando propõe que risco de crédito é a expectativa por um montante de recursos num determinado momento que pode não se concretizar. Associado a esta definição Banks (1993) cita duas subcategorias de riscos, os quais são amplamente utilizados na gestão do risco de crédito. O risco de concentração que consiste na possibilidade de perdas decorrentes de exposições concentradas em um ou poucos devedores. E o risco de degradação das garantias que pode aumentar a perda esperada sob uma exposição que estava garantida por algum outro ativo. Por outro lado, Bhatia (2006) inclui outros tipos de risco de crédito como o risco de compensação e o risco soberano. O primeiro surge pela diferença entre a data de fechamento de uma transação e a efetiva data do depósito dos recursos. O risco país ou soberano ocorre quando o devedor tem condições de pagar na sua moeda local, mas devido a restrições impostas por um determinado país, não efetiva o pagamento e a dívida se torna vencida. Hills e Barrett (2006) acreditam que o risco de crédito é o maior risco a qual os bancos estão expostos, uma vez que transações como empréstimos ou derivativos representam parcela representativa sobre os ativos totais das instituições financeiras.

Autores como Cavalla (1993), Banks (1993) e Chorafas (2000) são incisivos em afirmar que nos últimos anos, o mercado financeiro e especificamente o setor bancário vêm passando por inúmeras mudanças, desde a alteração do regime das taxas de câmbio (de taxa fixa para taxa flutuante) nos anos 1970 até a consolidação da engenharia financeira que atualmente prevalece nos mercados de instrumentos financeiros. Koh et al (2006) acrescentam que o aumento da demanda por crédito tem levado a maior uso de métodos mais formais e objetivos, como os modelos estatísticos, para ajudar os bancos a decidir se emprestará ou não recursos para um determinado cliente.

As mudanças no mercado financeiro têm potencializado a exposição ao risco de crédito principalmente pelos bancos que passaram a assumir maiores riscos na busca para

recompensar melhor os seus acionistas. Segundo Banks (1993) as causas mais importantes para explicar tais mudanças são (i) o aumento da volatilidade dos mercados e (ii) o crescimento das pressões competitivas. Fatores como a desregulamentação, a desintermediação (dos bancos) em determinadas operações e a mudança dos mercados em um conceito global ajudam a explicar porque as instituições estão optando por produtos mais complexos. Chorafas (2000), além dos fatores já colocados acrescenta a globalização e a inovação para explicar as transformações ocorridas no setor financeiro nos últimos anos.

O mercado de instrumentos financeiros derivativos é um exemplo da evolução das exposições em risco de crédito assumida por bancos ou demais *players*. Cavalla (1993) comenta que os bancos perceberam que a maior parte dos seus lucros é originada das operações com derivativos atuando como contraparte principal nas transações. Em resultado, há a tendência para o desenvolvimento de novos produtos para avançar além das necessidades e do entendimento do usuário final, como por exemplo os derivativos de crédito. Para Chorafas (2000) se de um lado este tipo de derivativo ajuda a alargar as fronteiras do risco de crédito, de outro afeta o comportamento do mercado culminando em liberdade para definição de preços, surgimento de métodos alternativos de vendas e acirrada competição por novos fornecedores do mesmo serviço.

Caouette et al (1998) salientam que a engenharia financeira tem criado instrumentos mais complexos, com várias opções embutidas. Estes instrumentos expõem os clientes tanto ao risco de mercado como ao risco de crédito. Em consequência, o gerenciamento do risco de crédito também está sofrendo profundas alterações no sentido de se inovar e acompanhar a evolução dos novos produtos. Para Caouette et al (1998) as modificações que estão ocorrendo quanto ao gerenciamento de riscos podem ser classificadas como revolucionárias, principalmente àquelas relacionadas ao risco de crédito. No passado o risco de crédito relacionado a um empréstimo permanecia no balanço da instituição até o seu pagamento ou lançamento a prejuízo. Atualmente, através das práticas de securitização, os empréstimos são consolidados e reestruturados em novas operações, nas quais a instituição financeira pode vender para outros bancos, e desta forma transferir o risco de crédito. Para Koopman et al (2005) os produtos inovadores de securitização de recebíveis como CBO (*collateralized bond obligation*) e CLO (*collateralized loan obligation*) e os derivativos de crédito permitiram às instituições financeiras mitigar as exposições ao risco de crédito sem prejudicar o relacionamento com os clientes. Ranciere (2002) argumenta que o mercado de derivativos de crédito surgiu como um complemento ao mercado de securitização,

apresentando rápido crescimento e se tornando muito importante para se proteger ou para assumir riscos com empresas ou entre países.

Contudo, com o advento da crise financeira de 2007-2008, os bancos que estavam expostos e alavancados em operações mais complexas apresentaram enormes perdas financeiras e passaram a repensar a suas estratégias de gestão de risco. Chernih et al (2010) salientam que a crise tem aumentado a pressão sobre as instituições financeiras e os reguladores para revisar os conceitos e os modelos relacionados ao risco de crédito. Apesar do crescente aumento do número de usuários dos modelos matemáticos e estatísticos, as perdas observadas, decorrentes do risco de crédito, demonstraram que a capacidade preditiva destes modelos não foi suficientemente eficaz para mensurar o efetivo risco de crédito de suas contrapartes.

No mercado brasileiro a demanda por crédito está diretamente relacionada ao crescimento da economia. Entretanto, a ausência de crescimento sustentável aliada a crises e choques externos ocorridos nas últimas décadas tem gerado baixo crescimento do mercado de crédito. A partir de 2004 o Brasil iniciou um processo de crescimento econômico parte devido às reformas na política monetária realizadas para conter a inflação e parte aproveitando o crescimento da economia global que ocorreu de forma ascendente até a crise financeira de 2008.

Conforme dados divulgados pelo Banco Central do Brasil, em julho de 2011, o saldo total de crédito do sistema financeiro representava 47,3% do produto interno bruto (PIB). Este percentual é extremamente baixo se comparado com países desenvolvidos. Embora apresente uma evolução de 292% sobre o montante de crédito verificado em outubro de 2004, quando representava apenas 26,9% do PIB.

Estes dados não contemplam o risco de crédito relacionado aos instrumentos derivativos, que estão contabilizados apenas nas demonstrações financeiras dos bancos autorizados a operar com este tipo de transações.

2.2 Regulamentação sobre Crédito

Baseado nos cenários descritos fica evidente a necessidade de uma regulamentação robusta e eficaz para o controle das práticas de gestão do risco de crédito. Neste contexto, as normativas aplicadas ao risco de crédito, que até então eram simplificadas e descentralizadas (onde cada país definia suas regras), passam por ampla reformulação tendo como premissa a utilização de critérios uniformes e consistentes pelas diversas instituições financeiras. Bhatia (2006) menciona que nas últimas duas décadas os reguladores têm se preocupado com a solvência do sistema financeiro e para isso, introduziram o processo de mensuração do risco de crédito através de requerimentos regulatórios.

Em 1975, é criado o Comitê de Basileia de Supervisão Bancária ou BCBS na sigla em inglês, que visava o aprimoramento das práticas de supervisão bancária em todo o mundo. Tarullo (2008) realizou uma ampla pesquisa sobre a origem e as razões que levaram, inicialmente, os países desenvolvidos a aderirem ao comitê de Basileia. Segundo este autor, a partir da preocupação crescente com a adequação de capital dos grandes bancos frente às turbulências oriundas de mercados mais complexos e inovadores surge, em 1988, o acordo de Basileia I. Este acordo foi motivado pela ameaça à estabilidade do sistema financeiro global devido ao baixo nível de capital dos bancos internacionalmente ativos e pela vantagem competitiva obtida pelos bancos que atuavam sob baixo nível de capital requerido em seus países (Tarullo, 2008).

Historicamente, as normativas emanadas pelo BCBS vêm apresentando constante evolução em seu conteúdo no que tange os aspectos relacionados ao gerenciamento do risco de crédito. Em 2004, é divulgado o Novo Acordo de Basileia ou como é mais conhecido Basileia II, o qual apresenta inúmeras melhorias se comparado com o primeiro acordo. Após um processo de revisão realizada pelos membros do BCBS, em junho de 2006, foi publicada a versão que está vigente do acordo denominada “*International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework*”. Segundo o próprio acordo, o principal benefício da revisão foi promover a adoção de práticas de gerenciamento de risco mais robustas pelo setor bancário (BCBS, 2006). Bhatia (2006) acrescenta que o aprimoramento das técnicas de gestão de risco visa não apenas o cálculo do capital regulatório, mas também capacitar os bancos frente à concorrência internacional, além de reduzir o risco sistêmico que pode ser gerado pela falência dos bancos.

O novo acordo de Basileia está dividido em 3 pilares que, de forma consolidada, abrangem todo o escopo de aplicação desta regulamentação. O pilar 1 trata dos requerimentos mínimos de capital, o pilar 2 do processo de revisão por parte do supervisor e o pilar 3 dita as regras relacionadas à disciplina de mercado.

Para o cálculo dos requerimentos mínimos de capital para risco de crédito o comitê de Basileia permite que os bancos escolham entre duas metodologias. Uma alternativa é a abordagem Padronizada, que mensura o risco de crédito a partir de fórmula padronizada para todos os bancos. A outra opção é a abordagem baseada em classificações internas ou *Internal Ratings-Based* – IRB. Esta abordagem permite aos bancos utilizar o seu próprio sistema de classificação interna para quantificar o risco de crédito (BCBS, 2006). A abordagem IRB é baseada em medidas de perdas esperadas (*expected losses* – EL) e inesperadas (*unexpected losses* – UL). A fórmula dos ativos ponderados ao risco produz o requerimento de capital para a parte da perda inesperada. Belmont (2004) menciona que as regras para cálculo do capital regulatório foram desenhadas para permitir aos bancos absorverem as perdas inesperadas, e em última instância, encerrar suas atividades sem incorrer em perdas para os depositantes e contrapartes, ou mesmo, afetando o funcionamento do mercado financeiro. Neste contexto, Bluhm et al (2010) comentam que o maior aperfeiçoamento do novo acordo frente a Basileia I são as novas regras de capital que são muito mais sensíveis ao risco.

A utilização da abordagem IRB requer prévia aprovação do regulador local para aplicar suas próprias estimativas internas dos componentes de risco para o cálculo do requerimento de capital. Conforme determina o acordo, os componentes incluem medidas de probabilidade de default (*probability of default* – PD), perda dado o default (*loss given default* – LGD), exposição no momento do default (*exposure at default* – EAD) e a maturidade ou prazo (*effective maturity* – M) (BCBS, 2006).

Hills e Barrett (2006) explicam que os parâmetros de risco descritos são utilizados para o cálculo do requerimento de capital relativo ao risco de crédito, conforme a equação a seguir:

$$\text{Risco de Crédito} = \text{PD} \times \text{LGD} \times \text{EAD} \quad (1)$$

e complementam com as definições de cada um deles, as quais estão devidamente amparadas pelo acordo de Basileia II:

Probabilidade de default (PD) é a probabilidade esperada de um devedor entrar em default frente uma determinada obrigação antes do seu prazo. A PD é geralmente estimada a partir da análise dos registros históricos de default de outros empréstimos com características similares (Hills e Barrett, 2006).

A perda dado o default (LGD) reconhece que os bancos geralmente têm garantias (*collateral*) ou possuem derivativos de crédito como mitigantes do risco de crédito, sendo assim a perda efetiva pode ser diferente (menor) do que 100% do EAD (Hills e Barrett, 2006).

Exposição no momento do default (EAD) é o montante que a contraparte legalmente deve ao banco. Este valor pode ser diferente ao montante que o banco emprestou ao devedor (Hills e Barrett, 2006).

Basileia II também possibilita às instituições optarem por duas alternativas dentro da abordagem IRB: a fundamental e a avançada. Na abordagem fundamental os bancos definem suas estimativas de PD e utilizam as estimativas do supervisor para os demais componentes de risco. Sobre a abordagem avançada, as instituições financeiras autorizadas elaboram as suas próprias estimativas para todos os componentes. Além disso, os bancos precisam demonstrar a robustez e a consistência do seu sistema de classificação interna ao regulador.

Dentre as vantagens em se aplicar a abordagem avançada Tarullo (2008) cita as seguintes: maior sensibilidade ao risco, aprimoramento do sistema de gerenciamento de risco e a criação de uma linguagem comum relativo ao perfil de risco das instituições que visa ajudar no processo de supervisão e a disciplina de mercado no que tange o risco de crédito. Blochwitz e Hohl (2010) corroboram com esta opinião quando afirmam que o acordo de Basileia II tem reforçado a importância de um bom funcionamento do sistema de mensuração de risco e em consequência melhora a gestão do risco de crédito dentro da instituição.

Segundo Altman et al (2010), o novo acordo de Basileia e a crise financeira de 2007/08 tem gerado um novo ímpeto para os bancos pesquisarem e desenvolverem modelos para prever a inadimplência para todos os segmentos das carteiras corporate e varejo. Belmont (2004) acrescenta outro benefício afirmando que o aumento da precisão e da robustez no processo de apuração dos riscos cria uma oportunidade para os bancos

melhorarem a eficiência da alocação de capital e, em consequência, gerar maior retorno aos acionistas.

Em contrapartida, existem muitos críticos ao novo acordo de Basileia II. Uma fragilidade apontada é a falta de penalização para bancos com concentração em determinada carteira de crédito ou algum tipo de recompensa para aqueles que diversificam seus ativos conforme argumentam Bluhm et al (2010). Tarullo (2008) salienta que recentemente foi possível observar a extrema fragilidade do novo acordo frente à crise do *subprime* (ativos relacionados a crédito imobiliário com baixa qualidade creditícia).

O Banco Central do Brasil como integrante do comitê de Basileia publicou em 2012 a Circular 3.581 cujo objetivo é regulamentar a utilização dos sistemas internos de risco de crédito (abordagens IRB) para cálculo do valor do capital regulamentar segundo fórmula estabelecida em Basileia II. O cálculo do valor da parcela PEPR do Patrimônio de Referência Exigido (PRE) é tratado pela Resolução n. 3.490, de 29 de agosto de 2007.

Segundo a Circular 3.581, para a utilização da abordagem IRB, os bancos devem atender a todos os requisitos estabelecidos, principalmente aqueles relacionados ao processo de validação dos modelos internos e do sistema de tecnologia empregado. Adicionalmente, os bancos precisam comprovar que os parâmetros de risco (PD, LGD e EAD) estão integrados de forma contínua e abrangente nas atividades de concessão e acompanhamento de crédito pela instituição.

Em geral, o Banco Central procurou seguir de forma consistente o novo acordo de Basileia II para sua implantação no Brasil. Os conceitos, as definições e os requerimentos foram traduzidos para o português, com poucas alterações para sua adequação à realidade do mercado nacional.

2.3 Exposição no Momento do Default (EAD)

As instituições financeiras têm grande interesse em estimar os parâmetros de risco, e em especial o EAD, a partir dos seus dados históricos para aplicar nos modelos de risco de crédito, bem como para satisfazer os requerimentos regulatórios (Jacobs, 2010). Com o advento dos acordos de Basileia I e II os estudos sobre os parâmetros de risco se intensificaram com o objetivo de atender a demanda inicialmente dos grandes bancos e em seguida dos bancos menores que também pleiteiam obter as vantagens decorrentes da implantação de Basileia II.

O acordo de Basileia II define exposição no momento do default (EAD) como o valor da exposição da instituição financeira, seja ela efetiva ou contingente, perante o tomador ou contraparte no momento da concretização do evento de descumprimento, bruto de provisões e eventuais baixas parciais a prejuízo (BCBS, 2006). Cabe ressaltar que o EAD é determinado no exato momento do default e não pode ser menor que o valor contábil da operação (BCBS, 2006).

Para transações contingentes ou *off-balance* (contabilizadas em contas de compensação) o acordo prevê a estimação do fator de conversão de crédito (*credit conversion factor* – CCF). O CCF consiste em uma porcentagem que é aplicada sobre o montante disponível, porém ainda não utilizado ou sacado pela contraparte. O conceito que está relacionado ao CCF é a possibilidade da contraparte utilizar parte do montante disponível antes de entrar efetivamente em default (BCBS, 2006).

2.4 Exposição no Momento do Default (EAD) para Instrumentos Derivativos

Os instrumentos financeiros derivativos apresentam certas peculiaridades quando comparados com as operações tradicionais de crédito. Diferentemente destas últimas, a exposição efetiva ao risco de crédito de um produto derivativo só será conhecida no final da transação, devido à volatilidade ao risco de mercado que este tipo de operação está suscetível (Cavalla, 1993). Pykhtin (2009) corrobora com esta assertiva quando afirma que uma das principais características de um derivativo é o risco relacionado à incerteza da exposição da transação em qualquer data futura.

Conhecer a exposição no momento do default (EAD) torna-se essencial para a instituição financeira que precisa utilizar esta medida para o consumo da linha de crédito de sua contraparte, além de aplicar o EAD para o cálculo do capital econômico e regulatório.

2.5 Definição e Principais Conceitos Relacionados ao Risco de Crédito de Contraparte

A importância do risco de crédito de contraparte (RCC) tem se tornado mais evidente nos últimos anos. Segundo Gregory (2010), desde a crise de 2007 quando foi observada a falência de inúmeras instituições de prestígio o RCC tem sido considerado, por muitos participantes do mercado, como o risco financeiro chave. E ainda acrescenta que desde então o mito “grande demais para quebrar” deixou de existir no mercado financeiro. Canabarro (2009) ressalta que os bancos mais sofisticados têm construído sistemas de gestão de riscos e criado mesas de derivativos específicas para gerenciar o risco com suas contrapartes e ainda assim, verificou-se perdas em grande escala em inúmeras instituições financeiras.

Rowe et al (2009) reforçam que as consequências da crise têm gerado maior demanda para medidas de exposição mais sofisticadas e o desejo de precificar o risco de crédito de contraparte no momento da contratação de uma nova operação.

O RCC é o risco de uma contraparte entrar em default antes do vencimento da transação. A perda econômica ocorre se a transação tem valor positivo no momento do default. Diferentemente de um empréstimo bancário em que apenas o banco (credor) está exposto ao risco de crédito no RCC existe o risco bilateral: o valor de mercado do derivativo pode ser positivo ou negativo para ambas contrapartes e pode variar ao longo do tempo e em função do ativo-objeto (Canabarro et al (2003), Céspedes et al (2010) e Garcia e Goossens (2010)). Outra característica deste tipo de risco, salientada por Pykhtin e Zhu (2006), é a incerteza quanto ao valor da exposição visto que a exposição está suscetível a variações nos fatores de risco de mercado. Para Gibson (2005), a existência desta incerteza requer que o cálculo da exposição considere a estimação estatística do movimento futuro nas variáveis de mercado.

Canabarro e Duffie (2003) salientam que a exposição à contraparte, criada pelos derivativos de balcão, normalmente é apenas uma pequena fração do montante nominal da transação com aquela contraparte. Às estas definições De Prisco e Rosen (2005) acrescentam que o RCC pode ser entendido como o custo de reposição do contrato no momento do default, uma vez a necessidade de se obter um novo contrato junto à outra contraparte.

A literatura sobre este tema menciona que o conceito de RCC se aplica aos instrumentos financeiros derivativos transacionados em balcão, isto é, aqueles negociados entre as partes, não contemplando aqueles negociados em bolsa de valores. Pykhtin e Zhu (2006) argumentam que os derivativos comercializados em bolsa não são afetados pelo risco de contraparte porque a própria bolsa garante o pagamento dos fluxos financeiros da contraparte. Outros tipos de operações em o RCC se aplicam são as transações financeiras securitizadas (*security financing transactions* - SFT), como por exemplo as operações compromissadas (*repurchased agreement*) (BCBS, 2006).

A abrangência do conceito de RCC gera a necessidade de se definir outros termos que são amplamente utilizados nas metodologias propostas para a mensuração da exposição ao risco com produtos derivativos.

Os acordos de compensação (*netting*) permitem agregar os valores dos contratos no momento de default. Assim, derivativos com valores positivos são compensados com aqueles cujos valores são negativos e dessa forma a exposição para uma determinada contraparte é dada pelo máximo entre o valor do portfólio (compensado) e zero. A principal função dos acordos de compensação é reduzir o risco de crédito com uma contraparte (Pykhtin, 2009). Para De Prisco e Rosen (2005) o cumprimento dos acordos de compensação podem depender das leis e da jurisdição da contraparte que entra em default. Em alguns casos, o acordo cobre apenas a compensação para certos tipos de transações (por exemplo: taxa de juros), e em outros, permite a compensação entre diferentes categorias de produtos.

Outro mecanismo amplamente utilizado para se reduzir o RCC está relacionado às garantias (*collateral*). Um tipo comum de garantia é a chamada de margem para produtos derivativos. A margem ou garantia é requerida toda vez que a exposição da contraparte excede determinado limite. O acordo de chamada de margem pode ser unilateral ou bilateral (Pykhtin, 2009). Canabarro e Duffie (2003) complementam este conceito ao mencionar que o acordo de chamada de margem não elimina todo o risco com a contraparte e citam algumas situações: a exposição pode existir além do limite estabelecido; movimentos de mercado podem aumentar a exposição entre o tempo da última colocação de margem e o momento do default em que a transação é liquidada; a garantia recebida/colocada deprecia-se ou valoriza-se durante o período de liquidação da operação.

Wrong way risk é o risco relacionado à exposição positivamente correlacionada com a qualidade creditícia da contraparte. A exposição pode ter alta perda de crédito esperada

associada quando comparada com a exposição sem correlação (Canabarro e Duffie, 2003). Os mesmos autores citam um exemplo de *wrong way risk*: uma companhia que lança uma opção de venda de suas próprias ações cria a exposição ao *wrong way risk* para o comprador.

2.6 Regulamentação sobre Risco de Crédito de Contraparte

O acordo de Basileia I propõe que o risco de crédito de produtos derivativos como futuros, swaps, compra e venda de opções e outros instrumentos sejam calculados através do Método de Exposição Corrente (*current exposure* – CE). Para mensurar o montante do risco de crédito sobre o método CE o banco precisa calcular o custo de reposição e a exposição potencial futura (*potencial future exposure* – PFE), seguindo a fórmula abaixo:

$$EAD = CR + PFE \quad (2)$$

onde CR é o custo de reposição e PFE é a exposição potencial futura.

O custo de reposição é obtido através da marcação a mercado dos instrumentos para todos aqueles com valores positivos. Em seguida, calcula-se a exposição potencial futura com base no valor nominal de cada transação. Sobre o valor nominal é aplicado o percentual de “*add-on*”, o qual considera o tipo do derivativo e o seu vencimento, conforme tabela a seguir:

Tabela 1 – Percentual do *Add-on* aplicável ao valor nominal

Vencimento	Taxa de Juro	Taxa de Câmbio e Ouro	Ações	Metais Preciosos exceto Ouro	Outros / Commodities
01 ano ou menos	0.0%	1.0%	6.0%	7.0%	10.0%
Entre 01 e 05 anos	0.5%	5.0%	8.0%	7.0%	12.0%
Acima 05 anos	1.5%	7.5%	10.0%	8.0%	15.0%

Fonte: BCBS (2006)a

No Brasil as instituições financeiras calculam o risco de crédito de contraparte a partir da Resolução 3.360 de 2007 que estabelece os procedimentos para o cálculo da parcela do Patrimônio de Referência Exigido (PRE) referente às exposições ponderadas por fator de risco (PEPR), de que trata a Resolução nº 3.490, de 2007.

Segundo Gruber e Parchert (2010) a metodologia do método corrente (CE) apresenta algumas fragilidades quando utilizada para o cálculo do EAD para um portfólio de derivativos financeiros:

- i) o fator *add-on* é estático. As volatilidades e as correlações dos fatores de riscos não são levados em consideração;
- ii) o tipo de derivativo não é diferenciado pelo fator *add-on*. Um swap de taxa de juro e uma operação a termo de taxa de juros tem o mesmo percentual de *add-on*;
- iii) não existe compensação entre o valor de mercado negativo e o PFE. Um swap com valor de mercado zero e outro com valor de mercado negativo terão o mesmo EAD;
- iv) a distinção do fator *add-on* para os vencimentos é pouco flexível. Uma transação com 6 anos tem o mesmo *add-on* de outra com 30 anos, embora as duas reagem completamente diferente a mudanças na curva de juros.

Com o surgimento do acordo de Basileia II dois novos métodos foram propostos para a apuração do risco de crédito de contraparte: o Método Padronizado e o Método do Modelo Interno (*Internal Model Method – IMM*), sendo este último mais sensível ao risco que os anteriores, uma vez que proporciona a estimação mais apurada das variáveis que influem sobre a exposição ao risco de crédito.

O método padronizado pode ser utilizado para os bancos que não foram qualificados para calcular a exposição dos derivativos através do método do modelo interno. Neste método a exposição é calculada de acordo com a seguinte fórmula:

$$EAD = \beta \times \max [CE; \sum_j NRP_j \times CCF_j] \quad (3)$$

onde CE é o valor marcado a mercado (MtM) depois das compensações e redução das garantias, NRPs são os valores absolutos das posições líquidas e o CCF é o fator de

conversão de crédito aplicado às posições em aberto. O fator beta é fixo e definido pelo regulador no valor de 1.4. Segundo Fleck e Schmidt (2005) o fator beta serve como reserva extra para um declínio na economia, bem como para o risco de modelo.

Método do Modelo Interno

O acordo de Basileia II (BCBS, 2006) também prevê a utilização do Método do Modelo Interno (*Internal Model Method* – IMM) para a mensuração do EAD para produtos derivativos. A utilização desta abordagem requer prévia autorização do regulador local uma vez que a própria instituição desenvolve a metodologia para cálculo do EAD. Na opinião de Gregory (2010) o IMM é a abordagem disponível mais sensível a risco sob a estrutura de Basileia II.

A aplicação deste método para mensurar o RCC para fins de capital regulatório pode ser utilizada apenas em derivativos de balcão, apenas em SFTs, ou em ambas. Além disso, para este cálculo está permitido o reconhecimento da compensação entre as exposições positivas e negativas de uma determinada contraparte (*netting*) (BCBS, 2006).

O IMM deve computar a exposição ao RCC para cada data futura considerando as mudanças nas variáveis de mercado. Para as transações com garantias, o modelo deve capturar as variações futuras da respectiva garantia. Importante salientar que o efeito mitigador das garantias capturadas pelo modelo de EAD não poderá ser considerado na estimação do LGD para tais operações (BCBS, 2006).

A fórmula para o cálculo do EAD sob a abordagem IMM está especificada a seguir:

$$EAD = \alpha \times \text{Effective EPE} \quad (4)$$

onde,

Effective EPE (*effective expected positive exposure*) ou exposição esperada positiva efetiva é calculada através da estimação da exposição esperada (EE). EE é definida como a exposição média em uma data futura t , onde a média é obtida a partir de possíveis valores futuros dos fatores de risco de mercado, como taxa de juro, taxa de câmbio ou outro fator de mercado.

A exposição esperada efetiva (*Effective EE*) é mensurada conforme abaixo:

$$\text{Effective } EE_{tk} = \max (\text{Effective } EE_{tk-1}, EE_{tk}) \quad (5)$$

Para o cálculo da *Effective EPE* utiliza-se a seguinte equação:

$$\text{Effective EPE} = \sum_{k=1}^{\min(1\text{year}, \text{maturity})} \text{Effective } EE_{tk} \times \Delta t_k \quad (6)$$

O acordo define que o valor do alpha é igual a 1.4. O alpha é usado como ajuste ao cálculo para considerar a correlação entre o risco de mercado e de crédito, o risco de concentração e o risco de modelo (Fleck e Schmidt, 2005).

Este valor fixo para o alpha pode se alterado pelo regulador quando for observada uma das situações a seguir: (i) baixa granularidade das contrapartes; (ii) exposição relevante ao *wrong-way risk* geral; (iii) alta correlação dos valores de mercado entre as contrapartes, e (iv) outras características específicas da exposição ao RCC. Por outro lado, os bancos podem solicitar aprovação do supervisor para estimar o próprio alpha interno, sujeito ao piso de 1.2 (BCBS, 2006).

O método do modelo interno tem muitas vantagens sobre as demais abordagens, assumindo, por exemplo, exposições médias para transações com diferentes prazos de vencimento (BCBS, 2006). Considera que os fatores de mercado relacionados ao ativo-objeto não se correlacionam perfeitamente com os valores do derivativo original, criando um efeito benéfico de diversificação. Além disso, aplica o conceito de compensação (*netting*), em que

operações com direções opostas eliminam o problema de dupla contagem do risco (BCBS, 2006).

Embora o acordo de Basileia II tenha proposto um modelo interno de simulação outras metodologias podem ser utilizadas pelas instituições, como modelos analíticos, desde que seja submetido à aprovação do supervisor (BCBS, 2006).

No Brasil até a finalização deste trabalho o Banco Central não havia publicado normativa específica para o tratamento do risco de crédito de contraparte. Contudo, o mesmo já informou que está desenvolvendo uma circular que irá cobrir os aspectos relacionados ao RCC para as instituições financeiras brasileiras.

2.7 Estudos Teóricos e Empíricos sobre Mensuração do Risco de Crédito de Contraparte

O risco de crédito de contraparte vem sendo estudado por diversos autores nos últimos anos, principalmente depois da crise financeira de 2007/08 quando o mercado percebeu a importância de mensurar e gerenciar este tipo de risco dentro das instituições financeiras (Pykhtin, 2009).

De acordo com Pykhtin (2009), o cálculo do RCC, e especificamente a exposição esperada, de um produto derivativo é uma medida muito importante para algumas aplicações. Primeiramente, porque a instituição financeira precisa conhecer esta medida para gerenciar, precificar ou se proteger frente ao risco de crédito de contraparte. Outra aplicação é a utilização para o cálculo do capital econômico. Em terceiro, a exposição esperada é usada para cálculo da exposição ao default para fins do capital mínimo regulatório conforme requerido por Basileia II.

A revisão bibliográfica confirma a abrangência do tema em virtude aos diversos estudos teóricos e empíricos sobre risco de crédito de contraparte que, de certa forma, contempla todas as aplicações descritas anteriormente.

Canabarro e Duffie (2003), em seu estudo, apresentam técnicas utilizadas para a mensuração do risco de contraparte e exploram as metodologias disponíveis para estimar a exposição potencial futura (PFE). A estimação do PFE consiste na simulação da exposição das operações em diversos cenários de mercado e em várias datas futuras. Os autores acrescentam que as principais aplicações dos modelos de PFE são: aprovação das transações através da verificação do limite da linha de crédito; mensuração do risco de crédito; e utilização como cálculo do capital regulatório e econômico.

Outro ponto importante é a necessidade de se considerar as correlações entre os fatores de risco de mercado na modelagem do PFE, uma vez que correlações positivas tendem a incrementar a exposição da contraparte.

De Prisco e Rosen (2005) apresentam uma estrutura generalista e teórica para modelar a exposição ao RCC a partir do conceito da exposição potencial futura (PFE), além das técnicas de mitigação que devem ser incorporadas nos modelos. Com relação à

metodologia os autores corroboram com as colocações de Canabarro e Duffie (2003) quando afirmam que as exposições aos derivativos são de natureza estocástica, e que a simulação de Monte Carlo continua sendo a metodologia mais utilizada e confiável. O conceito de *wrong way risk* também é tratado e é salientada a importância de se utilizar um modelo que integra o risco de crédito e o de mercado.

Gruber e Parchert (2010) estudaram algumas metodologias para o cálculo do EAD para produtos derivativos sob o contexto regulatório. Os autores propõem alternativas para o método do modelo interno (IMM), uma vez que são técnicas mais elaboradas e poderiam ser utilizadas pelos bancos que aderiram ao modelo avançado de Basileia II. A seguir estão descritas as abordagens propostas por estes acadêmicos:

a) Abordagem de Sensibilidade

Neste método a estimação do EAD para produtos derivativos é realizada através da utilização da abordagem VaR da variância-covariância para calcular o PFE. O PFE é definido como o valor de mercado máximo do instrumento derivativo durante um período dado um determinado nível de confiança (Gruber e Parchert, 2010).

b) Técnica da Simulação de Monte Carlo

Na simulação de Monte Carlo os fatores de riscos futuros são obtidos a partir de processo estocástico, por exemplo movimento browniano, em que os resultados são gerados em distribuições dos fatores de risco em um horizonte específico de tempo (Gruber e Parchert, 2010). Neste método também são estimadas as volatilidades e as correlações. Os autores descrevem duas técnicas para o cálculo do EAD através da simulação de Monte Carlo:

- i) Simulação multivariada para uma etapa.
- ii) Simulação multivariada para múltiplas etapas.

A segunda metodologia pode ser aplicada para o cálculo de diferentes tipos de EAD para um determinado horizonte de tempo e para toda a vida da transação. Esta técnica

também pode ser aplicada para todo o portfólio de derivativos bilaterais pelo fato de considerar os efeitos de compensação (*netting*) e garantias (*collateral*) (Gruber e Parchert, 2010).

Outro estudo, realizado por Cespedes et al (2010), apresenta uma simulação da exposição ao risco de crédito de contraparte para uma carteira real de uma grande instituição financeira. Nesta simulação os autores utilizam o método de Monte Carlo para o cálculo dos diversos cenários definidos para o portfólio de 1.500 contrapartes. Foi utilizado modelo de simulação multifatorial para 2.000 cenários de mercado. Como extensão do trabalho foi calculado o capital para o RCC, o multiplicador alfa (definido pela acordo de Basileia II) e o teste de estresse para o *wrong way risk*. Os resultados mostram que a exposição calculada apresenta uma volatilidade média de 22%, sendo que as maiores contrapartes têm volatilidade relativamente mais baixa que a média. Outro resultado apontado é que a contribuição de aumento de capital decorrente das operações com derivativos para o capital total é menor do que 1%, principalmente pelo fato do portfólio ser muito grande em número de contrapartes. Ainda segundo o autor, a metodologia proposta para o cálculo da exposição ao RCC pode ser aplicada para o consumo do limite de crédito e para o gerenciamento de riscos.

Os conceitos de compensação (*netting*) e garantias (*collateral*) foram estudados por Pykhtin (2009). Em seu trabalho é apresentado um método semi-analítico para calcular a exposição esperada garantidas para acordo de margem unilateral e bilateral. Neste método utilizou-se a simulação de Monte Carlo. O autor salienta a maior dificuldade em modelar a exposição com garantias frente àquelas que não estão cobertas por garantias, principalmente por resultar em tempo dobrado para realizar a simulação das transações com garantias.

Os testes realizados mostram que o modelo proposto tem como principal vantagem a possibilidade de ser implementado no sistema já existente de simulações das transações sem garantias. Pykhtin (2009) também testou este método para operações de swap de taxa de juros que iniciam o pagamento no futuro e swap de taxa de juros com pagamento imediato e constatou que a adequada performance do método possibilita a utilização do mesmo para estes dois tipos de derivativos.

Em Pykhtin e Zhu (2006) os autores sugerem um modelo de exposição que pode ser utilizado para calcular a distribuição da exposição em datas futuras, em particular para mensurar a exposição esperada. A metodologia prevê as seguintes etapas: (i) geração dos cenários; (ii) aplicação das fórmulas de cálculo e (iii) agregação (*netting*) das transações de

uma mesma contraparte. Adicionalmente, é sugerido um modelo para cálculo da exposição com garantias, através do cálculo do EPE e do *Effective EPE*, cuja forma de cálculo é aderente aos requisitos de Basileia II, uma vez que utilizam a fórmula designada pelo acordo.

Em seu trabalho Gibson (2005) utiliza uma abordagem analítica e outra de simulação para mensurar o efeito da chamada de margem na redução da exposição ao risco de crédito de contraparte. Cita quatro etapas para a mensuração da exposição esperada positiva (EPE): (i) simular o cenário para os valores futuros das variáveis de mercado relativas aos contratos de derivativos; (ii) calcular o valor de mercado (MtM) do portfólio ao longo dos cenários; (iii) calcular a exposição positiva a partir do MtM; e (iv) mensurar a exposição média dos cenários ao longo do tempo.

Neste estudo teórico, o autor observou que o limite de garantia (*collateral*) e o valor corrente mercado a mercado (MtM) têm importante efeito no EPE para contrapartes que utilizam a chamada de margem como garantia de suas operações. E acrescenta que este efeito deve ser levado em consideração para o cálculo do EPE. Segundo Gibson (2005), os especialistas do setor financeiro e os reguladores concordam que o EPE é conceitualmente a medida de exposição correta para ser usada no cálculo do capital econômico e regulatório para o risco de crédito de contraparte.

2.8 Outros Estudos sobre Risco de Crédito de Contraparte

A modelagem do EAD para a aplicação em capital econômico foi estudada por Rowe et al (2009). Para o cálculo da exposição os estudiosos consideraram como premissa a existência de correlação entre a exposição e a probabilidade de default. O valor esperado da exposição foi multiplicado pela probabilidade de default da contraparte e foi obtida uma estimativa válida estatisticamente de perda esperada. Os mesmos concluem que os resultados obtidos são satisfatórios e o modelo pode servir de opção para o uso interno.

Canabarro e Duffie (2003) também abordaram o tema precificação para os derivativos de balcão. É explorado o conceito de *Credit Valuation Adjustment* (CVA), que consiste no valor de mercado do risco de crédito da contraparte que pode variar em função de falta de cumprimento de suas obrigações. A precificação correta do risco de crédito é um fator determinante para mensurar o resultado das transações com a contraparte, e se torna a primeira linha de defesa para o gerenciamento de risco (Canabarro e Duffie, 2003).

Em outro trabalho Canabarro (2009) faz uma avaliação da precificação e do *hedging* associados ao risco de contraparte sob o ponto de vista da crise financeira de 2007/08. O autor comenta sobre o conceito e as metodologias para cálculo do CVA. A simulação de Monte Carlo é apresentada como ferramenta para mensurar o CVA, e inclui os seguintes elementos-chaves: a correlação entre os eventos de default e as variáveis de mercado (*wrong way risk*); as medidas de perdas como probabilidade de default (PD) e perda dado o default (LGD), inclusive para as empresas que não entraram em default; e as técnicas de mitigação do risco de crédito (Canabarro, 2009). Para as contrapartes cujo risco é negociado através de *credit default swap* (CDS) os *spreads* destas operações são utilizados no cálculo do CVA. No caso de contrapartes sem CDS negociado no mercado a perda pode ser derivada de uma curva de *spread* baseada na classificação de crédito (*rating*) da contraparte. De acordo com o estudo, a recente crise financeira mostrou claramente que os bancos que utilizavam ativamente *hedge* para CVA tiveram perdas substancialmente menores do que as instituições que não utilizavam este mecanismo de proteção (Canabarro, 2009).

O risco de contraparte para derivativos de crédito foi estudado por Gregory (2009). O autor considera em seu trabalho que os derivativos de crédito são influenciados pelo *wrong way risk*, e analisa o impacto desta correlação em operações mais simples como o

credit default swap (CDS), e também em produtos mais complexos como *collateralised debt obligation* (CDO) e *super-senior tranches*.

Segundo o autor, *wrong way risk* é o termo geralmente usado para indicar uma dependência não favorável entre a exposição e a qualidade creditícia da contraparte. Por exemplo, a exposição é alta quando a contraparte apresenta maior probabilidade de default. E, quando ignorado, a experiência mostra que o *wrong way risk* relativo aos derivativos de crédito pode trazer sérios prejuízos, pelo fato de aumentar substancialmente o risco de crédito de contraparte.

Gregory (2009) ainda comenta que alguns modelos para quantificação do risco de contraparte para este tipo específico de produtos são apresentados como a abordagem de cópula, em que é considerada como parâmetro-chave a correlação entre o tempo de default da contraparte e da entidade de referência.

2.9 Modelos Matemáticos

A revisão bibliográfica mostra que a mensuração do risco de crédito de contraparte vem sendo amplamente estudada por inúmeros autores. Os trabalhos acadêmicos focam tanto o cálculo da exposição para gestão das operações e do portfólio como as medidas para a alocação do capital regulatório e econômico.

O artigo de Cespedes et al (2010) apresenta um modelo para mensurar a exposição do risco de crédito de contraparte, através da simulação de Monte Carlo, que pode ser utilizado para a gestão de risco (capital econômico e regulatório) e para o consumo do limite de crédito no momento da contratação de um determinado instrumento derivativo de balcão.

Na primeira parte do artigo é calculada a exposição potencial futura (PFE), que leva em consideração a idade do portfólio e os movimentos dos fatores de mercado, cujo impacto é observado no valor futuro dos contratos. Salientamos que o PFE calculado pelo autor equivale ao valor marcado a mercado o qual chamaremos neste estudo de exposição corrente ou *current exposure* - CE. Desta forma, alteramos a nomenclatura do PFE nas fórmulas para CE.

O autor simula a exposição corrente para um horizonte de 12 meses com 2.000 cenários de mercado e 12 *time steps* (pontos no tempo), utilizando um modelo de simulação multifatorial. Conforme citado pelo autor, a utilização de $t=12$ (1 ano) está aderente aos requerimentos de Basileia. Cada cenário s foi definido como w_s e sua probabilidade por $p_s, s = 1, \dots, S$.

Para uma determinada contraparte j , o CE no momento t_k no cenário w_s é definido por $CE(w_s, t_k)$.

Uma vez calculado o CE, várias medidas estatísticas podem ser geradas, como as exposições médias (ao longo do tempo e por cenários) e as exposições máximas. A seguir estão descritas as equações para cálculo das medidas de exposição:

A exposição esperada (*expected exposure* – EE) para todos os cenários em cada período t_k :

$$EE_{j,t_k} = \sum_{s=1}^s CE_j(w_s, t_k) \cdot p_s \quad (7)$$

onde p_s é a probabilidade de ocorrência de cada cenário.

A exposição média no tempo (*time-averaged exposure*) por cenário w_s e período t_k :

$$\mu_j^{tk}(w_s) = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} CE_j(w_s, t) dt \quad (8)$$

A exposição esperada positiva (*expected positive exposure – EPE*):

$$EPE_{j,t_k} = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} EE_j(t) dt = \sum_{s=1}^s \mu_j^{tk}(w_s) \cdot p_s \quad (9)$$

A exposição esperada efetiva (*effective expected exposure – Effective EE*):

$$\mu_j^E(t_k) = \max_{0 \leq i \leq k} [EE_j(t_i)] = \max[\mu_j^E(t_{k-1}), EE_{t_k}] \quad (10)$$

A exposição esperada positiva efetiva (*effective expected positive exposure – Effective EPE*):

$$Effective\ EPE_j(t_k) = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \mu_j^E(t) dt \quad (11)$$

O autor salienta que o EPE é a média do CE ao longo do tempo e dos cenários. Por outro lado, o EPE efetivo calcula a exposição esperada média em uma determinada data. Enquanto o EPE é usualmente considerado como uma medida relevante de exposição para o capital econômico, as medidas do EAD para atendimento de Basileia II são definidas em termos do EPE efetivo ao longo do horizonte de 1 ano.

3. METODOLOGIA

O presente estudo tem como objetivo propor um modelo para a mensuração do risco de crédito de contraparte para derivativos negociados em balcão. A metodologia utilizada neste trabalho, bem como as equações para o cálculo das exposições e, conseqüentemente do EAD (exposição no momento do default), estão aderentes aos requisitos de Basileia II. Uma vez atendidos os princípios de Basileia a medida calculada pelo modelo, no caso o EAD, poderá ser aplicada na implantação do Método do Modelo Interno para cálculo do risco de crédito de contraparte para fins regulatórios. Além disso, a mesma metodologia possibilita a utilização das exposições calculadas na gestão de um portfólio de derivativos, bem como no consumo do limite de crédito de uma contraparte no momento da concessão do crédito.

Na primeira etapa, foram criados modelos de difusão para os fatores de risco de mercado. Neste estudo foram avaliados a taxa de juros e o preço de ações. Em seguida, foram gerados cenários futuros pelo método da simulação de Monte Carlo, a partir dos fatores de risco de mercado citados anteriormente. A variação dos dois fatores de risco (preço das ações e taxa de juros) ao longo do tempo foi utilizada para a determinação dos cenários em uma data futura. O objetivo deste passo foi identificar situações em que a instituição apresenta exposição ao risco de crédito de contraparte.

Na etapa seguinte, com base na exposição corrente calculada foi possível extrair as estatísticas das demais exposições necessárias para o cálculo do EAD.

3.1 Modelos de Precificação

Os procedimentos adotados para mensurar a exposição ao risco de contraparte seguiram a abordagem utilizada por Gregory (2010), onde são detalhados os passos para o cálculo do valor marcado a mercado (MtM) para cada tipo de derivativos. O autor apresenta diferentes modelos para cada tipo de derivativos e seus fatores de risco relacionados como ações, taxa de câmbio, *commodities* e derivativos de crédito e salienta que algumas transações possuem apenas uma variável, sendo que outros produtos requerem a utilização mais de uma variável no processo de modelagem estatística. Ainda salienta que o modelo escolhido deve ser suficientemente flexível para capturar a maioria dos possíveis movimentos dos fatores de risco ao longo do tempo. Por exemplo, na estimação da taxa de juros é importante incluir a variável taxa de reversão à média devido a seu efeito de suprimir a volatilidade, especialmente para transações de longo prazo.

Os fatores de risco de mercado que podem influenciar a exposição futura para os instrumentos derivativos estudados neste trabalho são a taxa de juros e o preço das ações, conforme comentado anteriormente. A escolha do modelo estatístico utilizado depende dos fatores de risco. O modelo precisa prover uma distribuição dos possíveis riscos relacionados às transações nos diversos cenários (Gregory, 2010).

3.1.1 Modelo de Precificação de Títulos

O modelo escolhido para a precificação de títulos atrelados a taxa de juros foi o modelo de Vasicek, que incorpora um processo estocástico ao longo do tempo, gerando uma estrutura a termo para as taxas de juros. Este processo estocástico inclui os parâmetros média e desvio padrão e dependem apenas da taxa de juros r e não depende do tempo.

Para Zeytun e Gupta (2007), o modelo de Vasicek é historicamente um dos modelos de taxa de juros mais importantes usados no processo de precificação de derivativos de taxa de juros. Estes autores salientam a importância de analisar a sensibilidade do modelo em relação aos diferentes parâmetros utilizados.

Neste modelo a dinâmica da taxa de juro é modelada como um processo de difusão com parâmetros constantes. Segundo Mamon (2004), o modelo de Vasicek é uma versão especial do processo Ornstein-Unlenbeck com volatilidade constante, e em consequência, a taxa de juros é tanto gaussiana ou markoviana. O modelo também considera a reversão à média e possibilita capturar o comportamento das autoridades monetárias na definição da taxa de curto prazo. Além disso, Mamon (2004) afirma que a experiência histórica das taxas de juros justifica o processo de Ornstein-Unlenbeck. Contudo, este e outros autores apontam que uma das fraquezas do modelo de Vasicek é a possibilidade das variáveis aleatórias se tornarem negativas com probabilidades positivas.

Segundo Hull (2002), no modelo de Vasicek o processo de risco neutro para r é dado por:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad (12)$$

onde a , b , and σ são constantes. Este modelo incorpora a reversão à média (parâmetro a). A taxa de curto prazo é direcionada ao nível da constante b . O termo dz significa a distribuição estocástica das taxas de juros e envolve a incerteza conforme acrescenta Jackson e Staunton (2001).

Para o cálculo do parâmetro dz foi utilizada a metodologia de Box-Muller para a geração de variáveis aleatórias. Este método considera a geração gaussiana de números aleatórios (*gaussian random number generators*) e foi proposta por Thomas et al (2007).

Pelo modelo de Vasicek é possível obter a equação para o preço do título *zero-coupon* (sem pagamento de juros intermediários) no momento t que paga R\$ 1 no vencimento T :

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (13)$$

Nesta equação, $r(t)$ é o valor de r no momento t ,

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (14)$$

e

$$A(t, T) = \exp \left[\frac{B(t, T) - (T-t) \left(a^2 b - \frac{\sigma^2}{2} \right)}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a} \right] \quad 15$$

3.1.2 Modelo de Precificação de Ações

A precificação de ações segue o modelo proposto por Hull (2002), o qual contempla o movimento geométrico browniano. A versão discreta do modelo está mencionada abaixo:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \quad \overline{dt} \quad (16)$$

A variável dS é a mudança no preço da ação S em um intervalo de tempo dt , e dW é a variável aleatória oriunda da distribuição normal padrão. O parâmetro μ é a taxa esperada de retorno por unidade do tempo, e o parâmetro σ é a volatilidade do preço da ação. Estes dois parâmetros são constantes.

A parte esquerda da equação é o retorno gerado pela ação em um período de tempo. O termo μdt é o valor esperado deste retorno, e o termo $\sigma dW \quad \overline{dt}$ é o componente estocástico do retorno (Hull, 2002).

3.1.3 Modelo de Precificação de Termo de Ações

O modelo de precificação de contratos a termo de ações é derivado dos dois modelos anteriormente citados. No contrato a termo realizamos o cálculo da precificação do preço da ação em determinado período de tempo além da precificação da taxa de juros no mesmo período de tempo. Na etapa seguinte, foi realizado o cálculo da diferença (*netting*) entre as duas posições em cada ponto no tempo para obter o efetivo valor da exposição da contraparte neste tipo de transação.

Especificamente neste modelo foi utilizado o método de Decomposição de Cholesky para o cálculo das variáveis aleatórias. A partir das variáveis aleatórias no modelo Box-Muller foram geradas outras variáveis aleatórias que mantêm correlação entre si, sendo uma para geração da difusão da taxa de juros e outra para a difusão do preço da ação. A descrição do método de decomposição de Cholesky pode ser encontrado em Enders (1995).

O objetivo desta análise é identificar se as medidas de exposição sofrem algum tipo de influência quando as variáveis aleatórias são correlacionadas entre si, podendo ou não aumentar a exposição de determinada transação.

3.1.4 Programação da Modelagem Estatística

Para o cálculo da precificação dos instrumentos derivativos que são objetos deste estudo foram utilizadas as ferramentas Visual Basic for Applications (VBA) e Excel versão 2007. No VBA foram especificadas e desenvolvidas as fórmulas descritas acima através de criação de funções específicas para cada etapa dos cálculos.

3.2 Simulação dos Cenários

Autores como Canabarro (2009), Gregory (2010), e outros utilizaram em seus estudos a simulação de Monte Carlo para a criação dos cenários futuros. De Prisco e Rosen (2005) salientam que dado a complexa natureza estocástica das transações, bem como o detalhamento da modelagem que é requerida nos cálculos a simulação de Monte Carlo se mantém como a abordagem mais abrangente e confiável.

Cada cenário envolve considerar as variáveis aleatórias associadas aos fatores de risco em diferentes momentos até o vencimento da transação. Gregory (2010) salienta que o número de simulações precisa ser razoavelmente grande para capturar os principais detalhes da exposição corrente (*current exposure* - CE), mas não tão grande para inviabilizar o processamento computacional.

Cespedes et al (2010) mencionam que geralmente a exposição corrente (CE) é calculada a partir de 1.000-5.000 cenários e 12-60 pontos no tempo, sendo que este depende do horizonte de tempo.

Para o cálculo da exposição corrente (CE) e das demais estatísticas foram gerados 5.000 cenários e 100 pontos no tempo para o período de 1 ano. O critério utilizado foi buscar um grande número de cenários e pontos no tempo, que por outro lado fossem suficientes para serem gerados na infraestrutura computacional disponível.

3.3 Recálculo do MtM

Uma vez gerados os cenários passamos para a etapa de recálculo da posição individual das transações em cada ponto no tempo. O número total de recálculos depende da quantidade de contrapartes da carteira, média das transações por contraparte, quantidade de simulações de pontos no tempo e número de cenários.

O recálculo do valor marcado a mercado (MtM) consiste em trazer a valor presente o cálculo gerado na etapa de precificação dos ativos. Para os títulos *zero-coupon* utilizou-se a mesma taxa de juros praticada na precificação. Na quantificação do MtM para preço de ações também foi usada uma taxa de desconto para obtenção do valor presente.

O número de recálculos do valor marcado a mercado realizado seguiu a quantidade de cenários e pontos no tempo descritos anteriormente.

Esta etapa do processo tem como objetivo trazer toda a exposição da contraparte para uma data comum, sendo que a partir daí pode-se considerar a data efetiva do default da contraparte. Neste estudo o valor marcado a mercado foi trazido para o momento $t0$.

3.4 Compensação (*Netting*)

Após o recálculo das transações a valor presente em todos os cenários a etapa seguinte consiste em compensar os resultados do recálculo e definir o *netting set*, isto é, a posição consolidada e compensada da contraparte.

Para obter o *netting set* da contraparte é necessário calcular a exposição no momento t no cenário s , conforme a equação a seguir:

$$E_{t,s} = \max \left(\sum_{i=1}^m V_{i,t,s}, 0 \right) \quad (17)$$

onde,

$V_{i,t,s}$ é o valor marcado a mercado da transação i no momento do tempo t para o cenário s .

m é o *netting set* da contraparte.

Como o presente estudo não tem o objetivo de calcular a exposição específica de uma carteira com diversas transações esta etapa não foi realizada. Contudo, salientamos que nos cálculos do instrumento derivativo a termo de ações utilizamos este procedimento para obter a diferença entre a exposição oriunda da precificação da ação e a exposição decorrente da variação da taxa de juros no mesmo período, conforme já exposto no item 3.1.3.

3.5 Efeito das Garantias

Neste trabalho o efeito das garantias (*collateral*) não foi considerado para a mensuração da exposição da contraparte. No mercado brasileiro de derivativos as garantias, como a chamada de margem, estão concentradas nas operações realizadas em bolsas de valores. Este requerimento ainda é incipiente no mercado de balcão.

3.6 Extração das Estatísticas de Exposição

Através dos passos anteriores foram obtidas as exposições marcadas a valor presente para cada cenário em cada ponto no tempo. A partir desta informação é possível extrair as métricas desejadas de exposição ao risco de contraparte.

Nesta etapa calculamos a exposição potencial futura ou (*potencial future exposure* - PFE) para cada tipo de transação. Gregory (2010) define PFE como a pior exposição que se pode ter em um determinado período futuro. O PFE com nível de confiança de 99% determina que a exposição pode exceder este valor em até 1% das vezes.

O novo acordo de Basileia no anexo IV conceitua o PFE como o alto percentil (geralmente 95% ou 99%) da distribuição de exposições em uma data futura antes da data de vencimento da transação mais longa da contraparte. (BCBS, 2006)a.

Para o cálculo do PFE utilizou-se os percentis 95% e 99%, para fins de comparabilidade. As demais medidas de exposição foram calculadas com base nas equações mencionadas no item 2.9, conforme os modelos matemáticos propostos por Cespedes et al (2010).

3.7 Análise de Sensibilidade dos Modelos

Além do desenvolvimento da modelagem para o risco de crédito de contraparte para os instrumentos derivativos foram realizadas análises de sensibilidade do EAD frente a alterações nos parâmetros dos fatores de risco. O objetivo desta verificação é avaliar como a exposição varia em relação ao comportamento dos fatores de risco de mercado e dos respectivos parâmetros de cada modelo.

No caso específico dos contratos a termo de ações foi analisado o potencial impacto das correlações entre os fatores de risco na estimativa da exposição do risco de crédito de contraparte. Dessa forma, a influência da dependência entre os fatores de risco foram simuladas e avaliadas, observando e quantificando a variação do EAD calculado neste tipo de situação. Nesta etapa foi utilizado o método de Decomposição de Cholesky descrito no item 3.1.3.

3.8 Processamento de Dados

A realização de todo o processo descrito nos itens anteriores esbarra na infraestrutura disponível para o processamento dos inúmeros cálculos que são necessários no método da simulação de Monte Carlo. Assim foi necessário a obtenção de um computador com 4 processadores para suportar o enorme volume de cálculos gerados a cada simulação.

O processo de precificação de títulos gerava cerca de 2 milhões de cálculos a cada simulação acionada. Na precificação de ações ocorria 1,5 milhões de cálculos por simulação e este número saltou para 2,5 milhões para a geração das exposições no contrato a termo de ações.

3.9 Dados Históricos Utilizados

A elaboração dos modelos de precificação, bem como das estatísticas para a mensuração do risco de crédito de contraparte foram desenvolvidas a partir de dados simulados conforme o objetivo deste trabalho.

Especificamente no cálculo da precificação de taxa de juros e do contrato a termo de ações foi necessário utilizar parâmetros para a reversão à média (parâmetro a), a taxa de juros de equilíbrio (parâmetro b) e a volatilidade (parâmetro σ). Neste caso foram considerados os parâmetros já calculados por Jackson e Staunton (2001) em seu estudo. Os valores das variáveis obtidos por estes autores são oriundos dos títulos do Tesouro americano para 01 mês (*treasury bills*), estimados durante o período de 1964 a 1989.

Foram definidos dados de referência para cada tipo de derivativo, sendo que a partir destes outras simulações de valores foram geradas com o intuito que observar a variação no percentual da exposição (EAD).

A seguir encontram-se o detalhamento dos dados de referência utilizados nas análises de sensibilidade para cada tipo de precificação:

Tabela 2 - Dados de Referência - Taxa de Juros

Taxa de juro inicial	r	6,00%
Reversão à média	a	0,1779
Taxa de juro de equilíbrio	b	8,66%
Desvio padrão	σ	3,00%

Fonte: Jackson e Staunton (2001)

Tabela 3 - Dados de Referência – Preço de Ações

Desvio padrão	Σ	3,00%
Média	μ	2,00%
Taxa de desconto	Dr	2,00%

Fonte: Elaborado pelo autor

4. RESULTADOS

A partir dos modelos estatísticos para cada tipo de ativo são incluídos os valores para os parâmetros relacionados. A programação foi desenvolvida de modo que cada alteração em determinado parâmetro aciona automaticamente o cálculo das estatísticas para o cálculo da exposição para aquele tipo de produto. Assim pode-se responder ao problema inicial da pesquisa que consiste em mensurar o valor da exposição que a instituição financeira pode ter para um produto específico em determinado momento da transação.

Para a quantificação da exposição no momento do default (EAD) torna-se necessário obter o valor da exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*), que é definida como a média da exposição esperada efetiva ponderada pelo prazo. A equação 4 demonstra que o EAD para fins regulatórios é resultado da EPE efetiva multiplicada por 1.4. Dessa forma, o cálculo final para análise do EAD foi concentrado na verificação e avaliação do valor da exposição EPE efetiva (*effective EPE*).

No caso específico do produto cujo ativo-objeto é a taxa de juros os cálculos seguem a seguinte sequência: 1) geração de variável aleatória; 2) taxa de juros; 3) preço do título; 4) valor marcado a mercado (MtM); 5) variação da exposição (*current exposure*); e 6) demais estatísticas (PFE, *peak exposure*, EE, *effective EE*, EPE e *effective EPE*).

A sequência de cálculos para a precificação de ações é: 1) geração de variável aleatória; 2) preço da ação; 3) valor marcado a mercado (MtM); 4) variação da exposição (*current exposure*); e 5) demais estatísticas (PFE, *peak exposure*, EE, *effective EE*, EPE e *effective EPE*).

No tipo contrato a termo os cálculos seguem a seguinte ordem: 1) geração de variável aleatória a partir da decomposição de Cholesky; 2) preço da ação; 3) valor marcado a mercado (MtM); 4) taxa de juros; 5) preço do título; 6) valor marcado a mercado (MtM); 7) diferença entre as exposições (*netting*); 8) variação da exposição (*current exposure*); e 9) demais estatísticas (PFE, *peak exposure*, EE, *effective EE*, EPE e *effective EPE*).

4.1 Análise dos Resultados – Precificação de Títulos

As etapas realizadas para se mensurar a exposição ao risco de contraparte para este tipo de derivativo estão descritas e ilustradas a seguir.

4.1.1 Processo de Difusão das Taxas de Juros

Como mencionado no item 3.1.1, as taxas de juros seguem movimento estocástico de difusão ao longo do tempo. O gráfico mostra exemplo de difusão da taxa de juros em 100 pontos no tempo, para 5 cenários e 30 cenários, respectivamente. Estes valores foram gerados a partir da modelagem estatística desenvolvida para este tipo de derivativo.

Gráfico 1 – Difusão das taxas de juros para 5 cenários

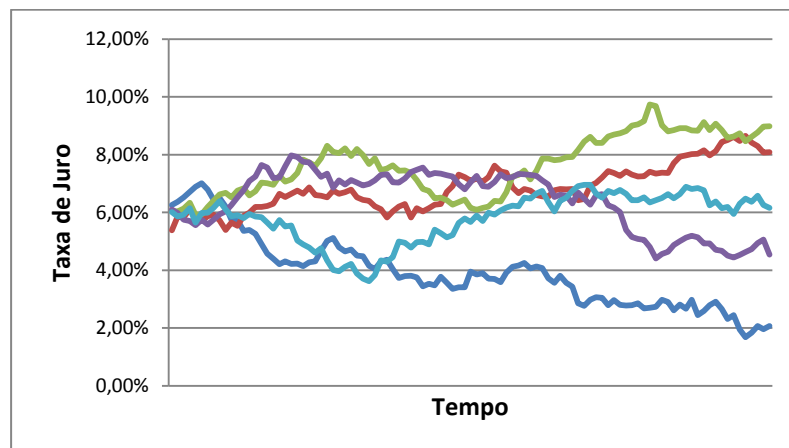
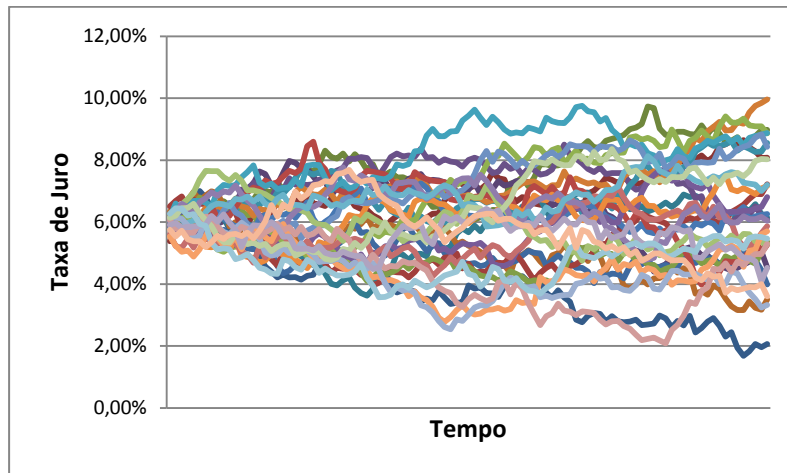


Gráfico 2 – Difusão das taxas de juros para 30 cenários



4.1.2 Precificação do Título

O preço do título em cada ponto no tempo e cenário foi gerado a partir das respectivas taxas de juros demonstradas anteriormente. Os gráficos mostram exemplos de variação do preço do título para 5 cenários e 30 cenários respectivamente, em 100 pontos no tempo. Através da análise dos gráficos é possível observar que o preço do título aumenta com o passar do tempo até atingir o valor de face = 1 no final do período.

Gráfico 3 – Preço do título para 5 cenários

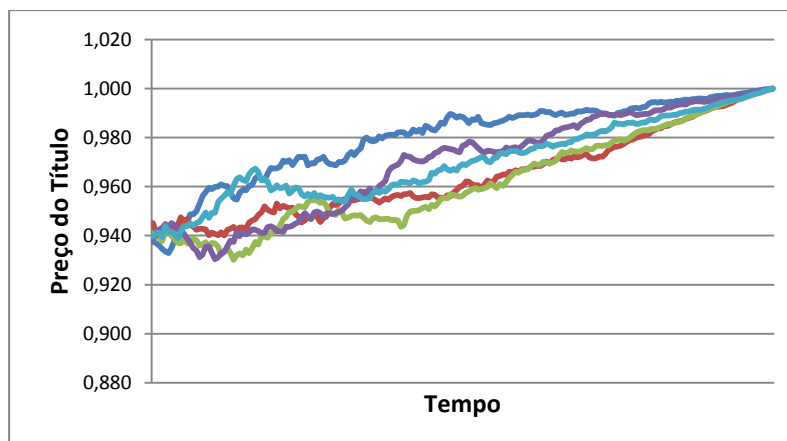
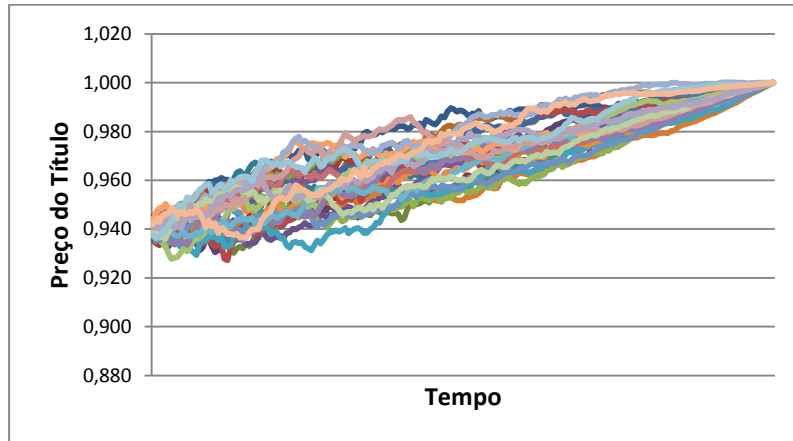


Gráfico 4 – Preço do título para 30 cenários



4.1.3 Marcação a Valor de Mercado (MtM)

Os valores calculados para o preço do título foram trazidos a valor de mercado a partir de cada ponto no tempo para t_0 . Os gráficos a seguir demonstram exemplos do resultado da marcação realizada para 5 e 30 cenários.

Gráfico 5 – Valor do título marcado a mercado para 5 cenários

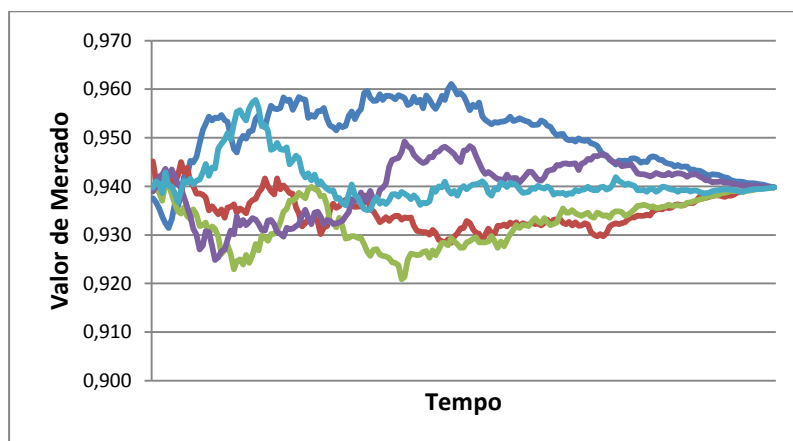
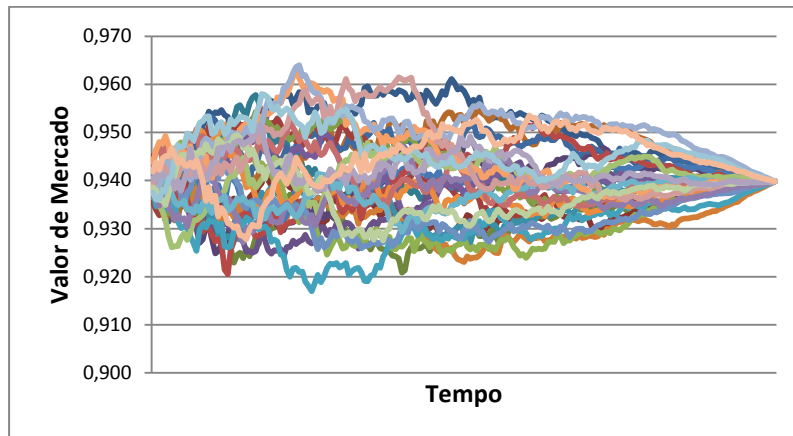


Gráfico 6 – Valor do título marcado a mercado para 30 cenários



4.1.4 Exposição corrente (current exposure)

A partir da variação do valor marcado a mercado foi possível obter a exposição corrente (*current exposure*) em cada ponto do tempo e cada cenário. Os gráficos apresentam exemplos para o percentual de variação do preço do título frente o preço inicial, podendo ser positiva ou negativa, para 5 e 30 cenários, respectivamente.

Gráfico 7 – Percentual da exposição corrente para 5 cenários

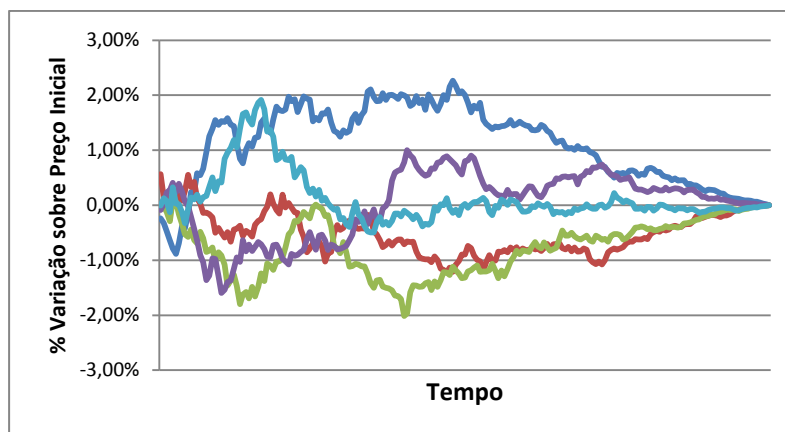
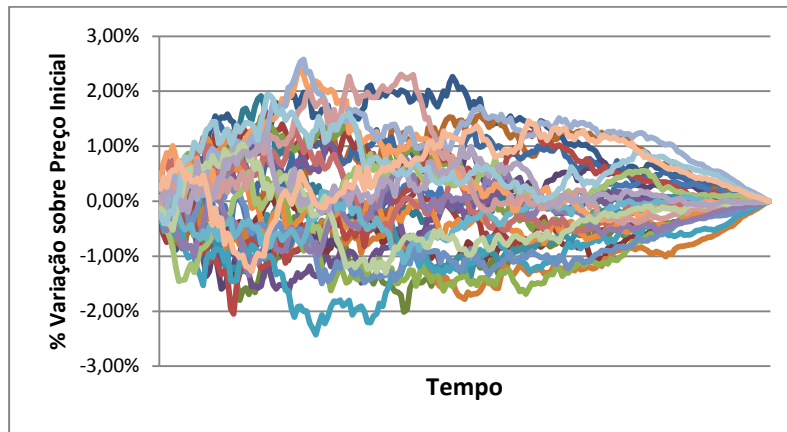


Gráfico 8 – Percentual da exposição corrente para 30 cenários

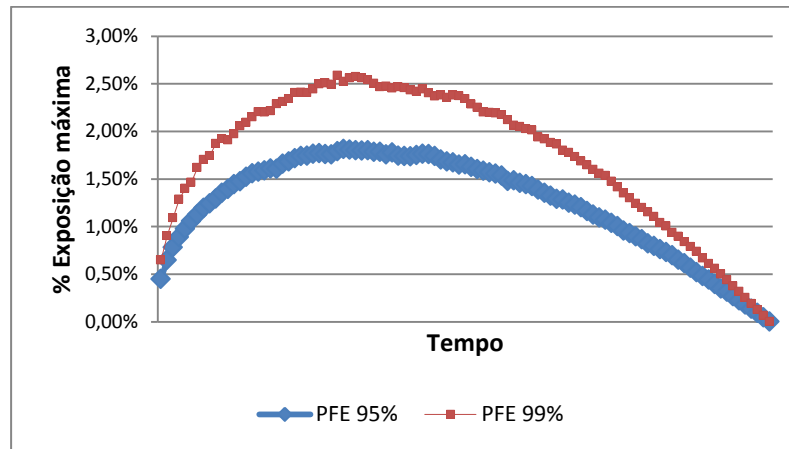


4.1.5 Exposição Potencial Futura (PFE)

Após o cálculo da exposição corrente (*current exposure*) em cada ponto no tempo nos diversos cenários pode-se obter o valor da exposição máxima em um ponto específico no tempo. A exposição potencial futura (PFE) que segundo a definição é um percentil elevado da distribuição das exposições em data anterior ao vencimento efetivo da operação foi calculada para os percentis 95% e 99% para fins de comparabilidade.

Graficamente foram representados os valores calculados para o PFE percentil 95% e 99% utilizando os dados de referência citados no item 3.9, para 100 pontos no tempo e 5.000 cenários.

Gráfico 9 – Comparativo do percentual da exposição máxima para 5.000 cenários



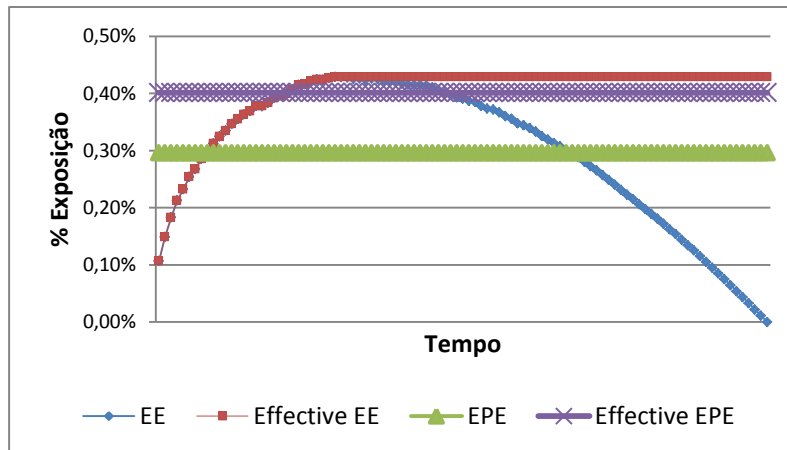
Observa-se que o percentual máximo de exposição calculado é 1,81% no percentil 95% e 2,59% para o percentil 99%. Assim, a exposição máxima pode alcançar estes percentuais sobre o preço inicial do título, sendo que a exposição se reduz ao longo do tempo e atinge 0% no prazo final da transação.

4.1.6 Demais Estatísticas e Cálculo da Exposição Esperada Positiva Efetiva

O cálculo das demais estatísticas parte da exposição corrente em cada ponto no tempo e cenário. Contudo, para obter a exposição frente a uma determinada contraparte deve-se considerar apenas os valores positivos. Os valores positivos equivalem a uma exposição da instituição financeira com uma contraparte, ou seja, é uma obrigação para a contraparte. Os valores negativos são as obrigações da instituição financeira e desta forma não se caracteriza como risco de crédito, pois incorre em risco apenas para a contraparte que tem a receber este valor.

Com base nos dados de referência do item 3.9, foram mensuradas a exposição esperada (EE), a exposição esperada efetiva (*effective* EE), a exposição esperada positiva (EPE) e a exposição esperada positiva efetiva (*effective* EPE), conforme gráfico a seguir:

Gráfico 10 – Percentual das medidas de exposição para 5.000 cenários



Os dados do gráfico foram extraídos e demonstrados em forma de tabela para melhor visualização dos valores calculados. Salienta-se que estes dados contemplam o resultado das 5.000 simulações realizadas para os valores da exposição:

Tabela 4 – Resultado das Estatísticas - Precificação de Títulos

MEDIDAS ESTATÍSTICAS	PERCENTUAL DE EXPOSIÇÃO
Varição PFE (95%)	0,45% a 1,81%
Varição PFE (99%)	0,64% a 2,56%
Exp. Máxima (95%)	1,81%
Exp. Máxima (99%)	2,56%
EPE	0,30%
Effective EPE	0,40%

Fonte: Elaborado pelo autor

A variação do PFE indica que em 100 pontos no tempo o valor mínimo para o percentil 95% é 0,45% do valor inicial da operação. Da mesma forma o valor máximo (*peak exposure*) neste mesmo percentil foi 1,81%.

Se considerarmos o percentil maior (99%) teremos como valor mínimo do PFE 0,64% e 2,56% para o valor do *peak exposure*. Assim, verifica-se que o aumento no nível de confiança gera valores superiores para a exposição.

Para os mesmos dados de referência o valor da exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*) foi 0,40% do valor inicial da transação. Nota-se que em todas as simulações o valor da EPE efetiva foi maior que o valor da EPE. Neste caso o valor da EPE calculado foi de 0,30%.

A análise posterior consistiu em realizar novas simulações utilizando os mesmos valores dos dados de referência, isto é, novos cálculos para os mesmos parâmetros. O resultado observado mostra que as variações são mínimas, principalmente em função do elevado número de cenários (5.000 neste estudo).

Adicionalmente realizamos os mesmos cálculos para um número maior de pontos no tempo. Alteramos a programação de 100 para 200 pontos no tempo para observar possíveis resultados diferentes dos iniciais. Contudo, a conclusão é que os valores calculados são praticamente os mesmos mostrando que a partir de determinado número de pontos no tempo não há grandes oscilações nos resultados.

4.1.7 Análise de Sensibilidade dos Parâmetros

Esta etapa consistiu em avaliar a sensibilidade da exposição frente os parâmetros utilizados em sua mensuração. O objetivo principal foi verificar qual parâmetro tem maior influência sobre o valor da exposição e qual tem maior poder explicativo sobre as variações (aumento ou redução) da exposição.

A partir dos resultados obtidos com os dados de referência os parâmetros foram alterados mantendo fixos os demais, para identificar possíveis oscilações no valor da exposição.

A seguir foram destacadas as principais conclusões no estudo de sensibilidade:

- A taxa de juro e o desvio padrão apresentam forte correlação positiva com o valor da exposição. Acréscimo em um destes dois parâmetros ocasiona aumento nas medidas de exposição. O coeficiente de correlação calculado entre a taxa de juro e a EPE efetiva foi de 0,987. O mesmo coeficiente entre o desvio padrão e a EPE Efetiva foi 0,999.
- A reversão à média (parâmetro a) possui forte correlação inversa com a exposição calculada. Maiores valores para a reversão à média geram redução da exposição. O coeficiente de correlação foi calculado em -0,992.
- A taxa de equilíbrio (parâmetro b) não tem influência sobre o valor final da exposição, visto que não foram identificadas alterações representativas. O coeficiente de correlação calculado foi -0,249.

4.2 Análise dos Resultados – Precificação de Ações

Os procedimentos adotados para a precificação de Ações foram os mesmos aplicados no modelo de precificação de títulos.

4.2.1 Processo de Precificação de Ações

O preço das ações segue o movimento browniano ao longo do tempo, a partir de uma média e um desvio padrão. O gráfico demonstra exemplo do processo estocástico para o preço das ações em 100 pontos no tempo, para 5 e 30 cenários, respectivamente.

Gráfico 11 – Difusão do preço da ação para 5 cenários

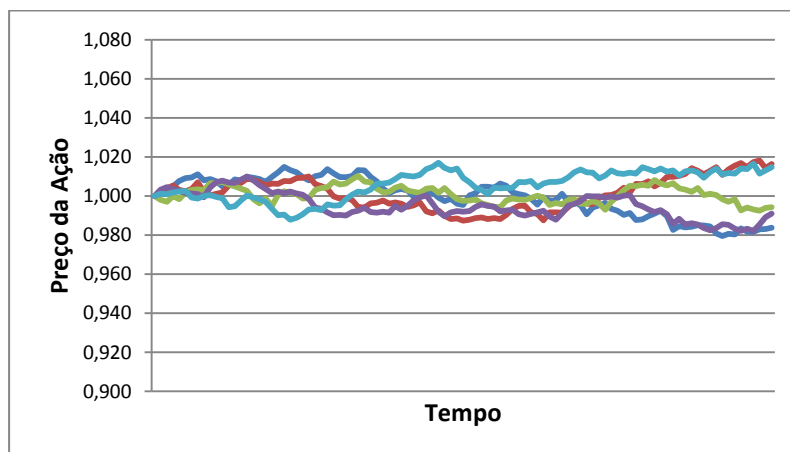
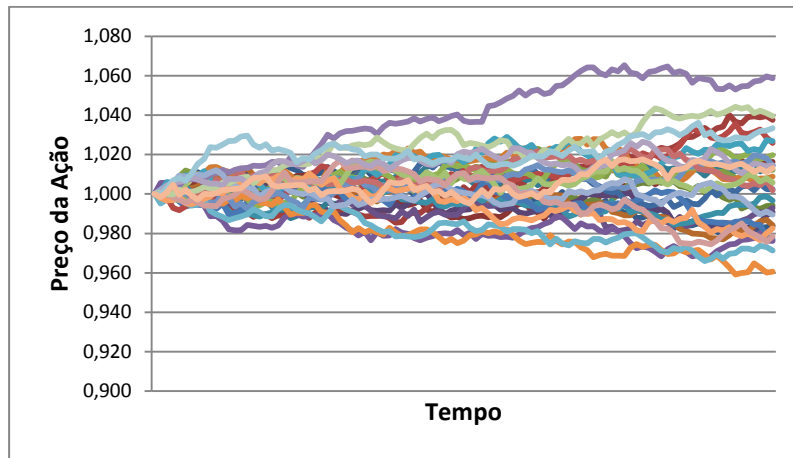


Gráfico 12 – Difusão do preço da ação para 30 cenários



4.2.2 Marcação a Valor de Mercado (MtM)

Os valores calculados para o preço da ação foram trazidos a valor de mercado a partir de cada ponto no tempo para t_0 . Os gráficos a seguir demonstram exemplos da marcação realizada para 5 e 30 cenários.

Gráfico 13 – Valor da ação marcado a mercado para 5 cenários

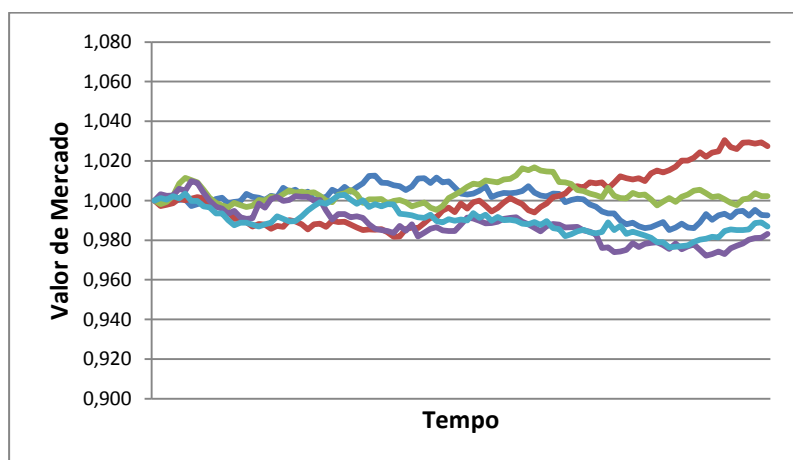
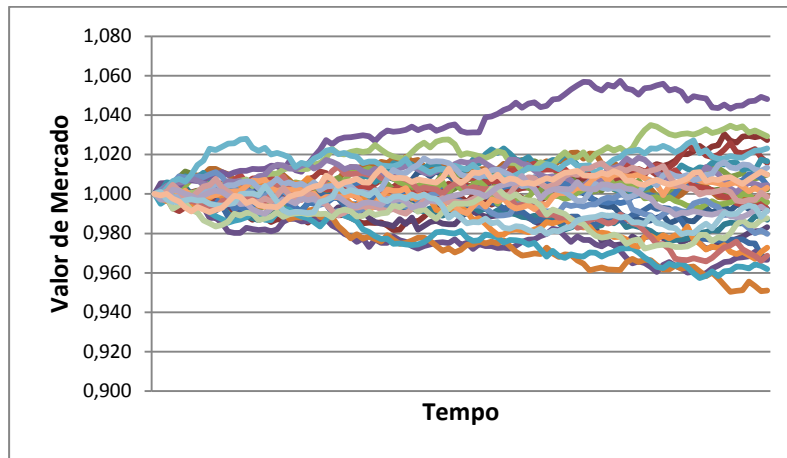


Gráfico 14 – Valor da ação marcado a mercado para 30 cenários



4.2.3 Exposição corrente (*current exposure*)

A partir da variação do valor marcado a mercado foi possível obter a exposição corrente (*current exposure*) em cada ponto do tempo e cada cenário, como foi realizado na precificação de títulos. Os gráficos apresentam exemplos para o percentual de variação do preço da ação frente o preço inicial, podendo ser positiva ou negativa, para 5 e 30 cenários, respectivamente.

Gráfico 15 – Percentual da exposição corrente para 5 cenários

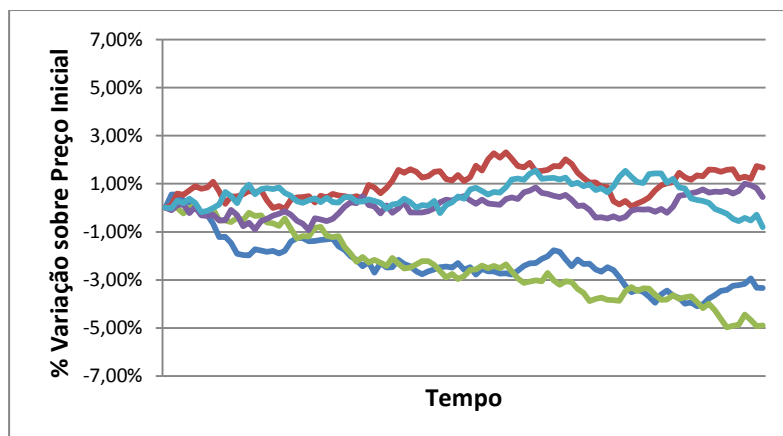
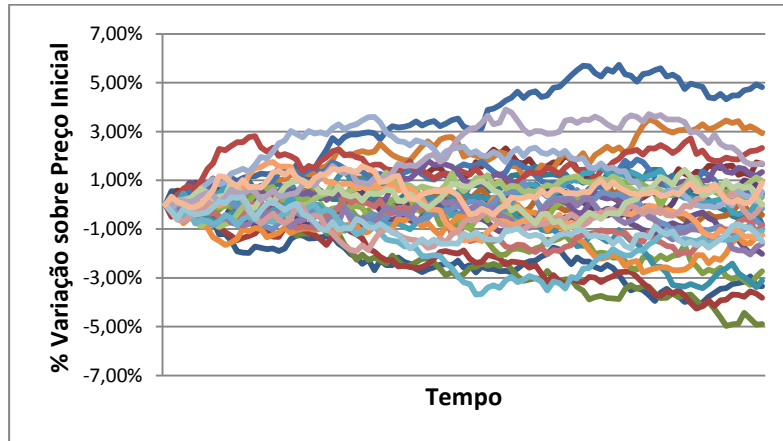


Gráfico 16 – Percentual da exposição corrente para 30 cenários



4.2.4 Exposição Potencial Futura (PFE)

Após o cálculo da exposição corrente (*current exposure*) em cada ponto no tempo nos diversos cenários pode-se obter o valor da exposição máxima em um ponto específico no tempo.

Gregory (2010) sugere uma expressão analítica para o cálculo do PFE quando o valor marcado a mercado do contrato segue uma distribuição normal com média e desvio padrão conhecidos.

A fórmula para mensurar o PFE segundo Gregory (2010) está descrita a seguir:

$$PFE_{\alpha} = \mu_{s-t} + \sigma \sqrt{s-t} \Phi^{-1}(\alpha) \quad (18)$$

onde, α é o nível de confiança, $s - t$ é o período até o vencimento, σ o desvio padrão e Φ^{-1} é a inversa da distribuição normal.

Em seguida, comparou-se o resultado do cálculo do PFE oriundo da distribuição normal com o cálculo realizado a partir das distribuições efetivas dos valores da exposição marcada a mercado geradas pelo modelo de precificação.

Gráfico 17 – Percentual da exposição máxima (PFE 95%)

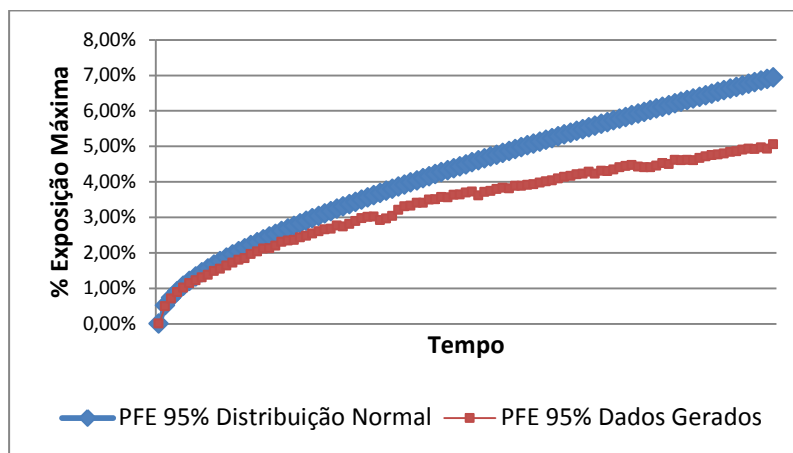
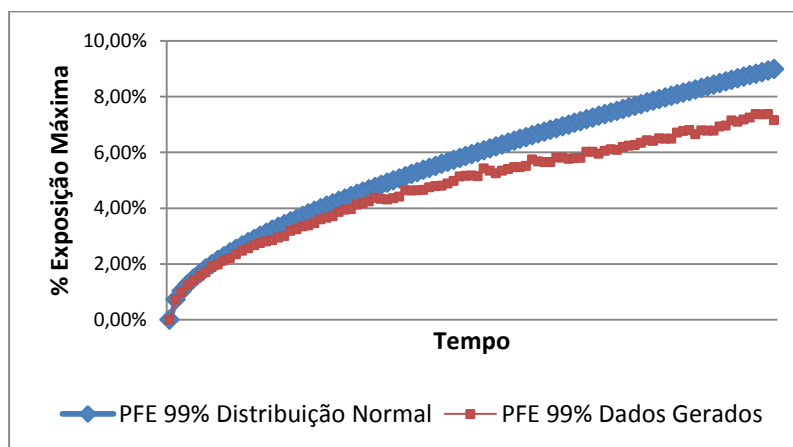


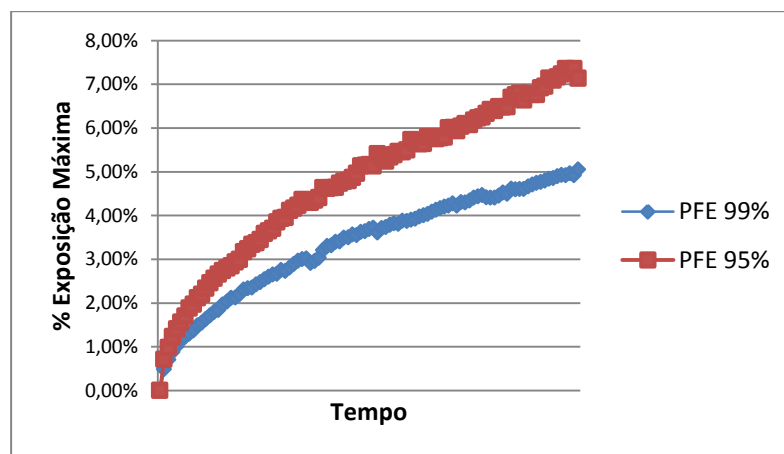
Gráfico 18 – Percentual da exposição máxima (PFE 99%)



Observa-se que nos dois gráficos o PFE calculado através da distribuição normal proposta por Gregory (2010) o percentual da exposição é superior que o verificado pelos dados gerados através dos modelos de precificação. Assim conclui-se que a geração de medidas de exposição a partir da modelagem estatística pode levar a instituição a alocar menos capital para produtos derivativos.

A comparação entre o cálculo do PFE mostra que o maior percentual de exposição máxima é 7,36% no percentil 99% contra 5,06% no percentil 95%, conforme demonstrado no gráfico a seguir. Estes dados foram gerados a partir dos valores marcados a mercado para as exposições em 100 pontos no tempo e 5.000 cenários.

Gráfico 19 – Comparativo do percentual da exposição máxima para 5.000 cenários

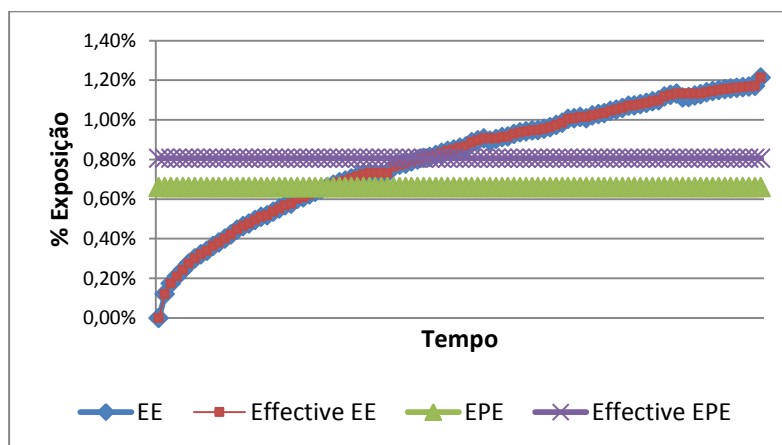


4.2.5 Demais Estatísticas e Cálculo da Exposição Esperada Positiva Efetiva

O cálculo das demais estatísticas parte da variação da exposição em cada ponto no tempo e cenário. Da mesma forma que o calculado na precificação de títulos considerou-se apenas as exposições positivas para fins de análise.

Com base nos dados de referência do item 3.9, foram mensuradas a exposição esperada (EE), a exposição esperada efetiva (*effective* EE), a exposição esperada positiva (EPE) e a exposição esperada positiva efetiva (*effective* EPE), conforme gráfico a seguir. Os dados gerados referem-se a 100 pontos no tempo e 5.000 cenários.

Gráfico 20 – Percentual das medidas de exposição para 5.000 cenários



Os dados do gráfico foram extraídos e demonstrados em forma de tabela para melhor visualização dos valores calculados.

Tabela 5 – Resultado das Estatísticas - Precificação de Ações

MEDIDAS ESTATÍSTICAS	PERCENTUAL DE EXPOSIÇÃO
Varição PFE (95%)	0,50% a 5,06%
Varição PFE (99%)	0,70% a 7,36%
Exp. Máxima - PFE (95%)	5,06%
Exp. Máxima – PFE (99%)	7,36%
EPE	0,67%
Effective EPE	0,80%

Fonte: Elaborado pelo autor

A variação do PFE indica que em 100 pontos no tempo o valor mínimo para o percentil 95% é 0,50% do valor inicial da operação. Da mesma forma o valor máximo (*peak exposure*) neste mesmo percentil foi 5,06%.

Se considerarmos o percentil maior (99%) teremos como valor mínimo do PFE 0,70% e 7,36% para o valor do *peak exposure*. Assim, verifica-se que o aumento no nível de confiança gera valores superiores para a exposição.

Para os mesmos dados de referência o valor da exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*) foi 0,80% do valor inicial da transação. Como verificado no cálculo da precificação de títulos todas as simulações demonstraram que o valor da *effective EPE* é maior que o valor da EPE. O valor da EPE calculado foi de 0,67%.

A análise posterior consistiu em realizar novas simulações utilizando os mesmos valores dos dados de referência, isto é, novos cálculos para os mesmos parâmetros. O resultado observado mostra que as variações são mínimas, principalmente em função do elevado número de cenários (5.000 neste estudo).

4.2.6 Análise de Sensibilidade dos Parâmetros

O processo de análise de sensibilidade da exposição frente aos parâmetros foi o mesmo realizado no derivativo de taxa de juros.

A seguir foram destacadas as principais conclusões no estudo de sensibilidade:

- A média e o desvio padrão têm forte correlação positiva com a exposição calculada através da EPE efetiva. Observou-se que o aumento nestes parâmetros ocasiona crescimento das medidas de exposição de forma geral. O coeficiente de correlação foi 0,999 para o desvio padrão e 0,997 para a média.
- A taxa de desconto utilizada no cálculo do valor de mercado tem correlação negativa frente a exposição. Mantendo-se a média constante e variando a taxa de desconto foi possível verificar redução na exposição a partir da medida da EPE efetiva.

4.3 Análise dos Resultados – Termo de Ações

Os procedimentos adotados para a precificação do contrato a termo de ações foram os mesmos aplicados nos modelos de precificação anteriores.

Neste processo foram utilizados os dois modelos de precificação de títulos e de ações simultaneamente para a obtenção da exposição final. Como realizado nos cálculos anteriores foram gerados o valor marcado a mercado para a parte atrelada ao preço do título e para a parte cujo ativo-objeto é o preço da ação. Em seguida, foi calculado primeiro o *netting* das exposições e depois a exposição corrente (*current exposure*).

Com base na exposição corrente foi possível obter a exposição esperada (EE) e as demais estatísticas de exposição, considerando apenas as variações positivas.

Conforme mencionado na metodologia foi utilizado o método da decomposição de Cholesky para a obtenção das variáveis aleatórias. Através deste método é possível gerar variáveis que possuem correlação entre si. Neste cálculo a mesma fórmula gera duas variáveis aleatórias correlacionadas, sendo que uma foi utilizada na precificação do título e outra na precificação da ação.

Como a análise de sensibilidade da exposição frente aos parâmetros já foi avaliada nos itens anteriores, no contrato a termo, o objetivo foi avaliar como a correlação das variáveis aleatórias influencia o resultado das exposições calculadas.

Em virtude da elevada quantidade de cálculos realizados por simulação (cerca de 2,5 milhões) foi realizado cálculo para 50 pontos no tempo e 5.000 cenários em cada simulação.

A seguir, encontra-se o resultado das medidas de exposição calculadas no modelo de precificação do contrato a termo:

Tabela 6 – Resultado das Estatísticas - Precificação de contrato a termo

MEDIDAS ESTATÍSTICAS	PERCENTUAL DE EXPOSIÇÃO
Exp. Máxima - PFE (95%)	4,78%
Exp. Máxima - PFE (99%)	6,67%
EPE	0,88%
<i>Effective EPE</i>	<i>0,88%</i>

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3.1 Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade foi realizada comparando-se as variações dos coeficientes de correlação das variáveis aleatórias versus os resultados das medidas de exposição.

A tabela 7 mostra o resultado das simulações realizadas através do modelo de precificação do contrato a termo:

Tabela 7 – Comparação entre coeficiente de correlação e a exposição

Coeficiente de Correlação	Exposição Máxima (PFE 95%)	Exposição Máxima (PFE 95%)	Exposição Esperada Positiva (EPE)	Exposição Esperada Positiva Efetiva (Effective EPE)
0,9	4,90%	7,07%	0,94%	0,95%
0,8	4,89%	6,96%	0,93%	0,93%
0,7	4,94%	6,88%	0,95%	0,95%
0,6	5,08%	6,93%	0,93%	0,93%
0,5	4,83%	6,72%	0,88%	0,88%
0,4	4,80%	6,62%	0,84%	0,84%
0,3	4,94%	7,08%	0,87%	0,87%
0,2	4,79%	6,89%	0,79%	0,79%
0,1	4,91%	6,87%	0,81%	0,81%
0,0	4,74%	6,52%	0,75%	0,75%
-0,1	4,83%	6,90%	0,74%	0,74%
-0,2	4,97%	6,84%	0,73%	0,73%
-0,3	4,73%	6,75%	0,69%	0,69%
-0,4	4,77%	6,73%	0,66%	0,66%
-0,5	4,79%	6,94%	0,63%	0,63%
-0,6	4,81%	6,74%	0,60%	0,60%
-0,7	4,98%	6,87%	0,57%	0,57%
-0,8	4,77%	6,49%	0,51%	0,51%
-0,9	4,86%	6,73%	0,49%	0,49%

Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados apresentados mostram que a exposição esperada positiva (EPE) e a exposição esperada positiva efetiva (EFE efetiva) são sensíveis às variações do coeficiente de correlação das variáveis aleatórias geradas. O maior percentual de exposição é obtido quando o coeficiente de correlação é 0,9, isto é, representa forte correlação entre as variáveis aleatórias. À medida que a correlação diminui a exposição também se reduz, até atingir o percentual mínimo quando a correlação é de -0,9.

Contudo, esta mesma tendência de redução na exposição não foi verificada na exposição máxima (PFE), uma vez que não é possível observar um padrão de aumento ou redução desta medida de exposição nas diferentes simulações realizadas.

Desta forma, concluímos que a exposição do contrato a termo sofre a influência da correlação das variáveis aleatórias que regem o movimento aleatório para a obtenção do preço da ação e do título.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como principal objetivo o desenvolvimento de um modelo para a precificação de produtos derivativos de balcão cuja utilidade possa ser colocada em prática pelas instituições financeiras. O ineditismo do tratamento deste tema no Brasil e a escassa produção literária corroboram para a importância deste estudo.

A dificuldade em construir um modelo estatístico que contemple variáveis aleatórias para estes tipos de produtos, bem como o desafio relativo à adequada infraestrutura para a execução do processamento de dados foram superadas ao longo deste trabalho.

Os resultados gerados mostram que os modelos desenvolvidos possibilitam a instituição financeira calcular a exposição no momento do default (EAD) através dos fatores de risco (taxa de juro e preço da ação) e demais parâmetros como o desvio padrão e a média.

Os diversos valores de exposição originados podem ser utilizados pela instituição conforme seu apetite de risco. A exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*), por exemplo, é a medida definida pelo acordo de Basileia para alocação de capital e gestão do risco de contraparte. Contudo, caso a instituição seja mais conservadora, pode utilizar a exposição potencial futura (PFE) cujo valor é maior que a exposição esperada positiva efetiva.

A análise de sensibilidade realizada para os modelos de precificação de títulos e ações possibilita concluir que certos parâmetros usados no processo de modelagem apresentam forte correlação linear com as medidas de exposição. Através destes resultados pode-se afirmar que no modelo de precificação de títulos as variáveis taxa de juro e desvio padrão são fortemente correlacionadas com as medidas de exposição. No modelo de precificação de ações a maior correlação foi verificada nas variáveis média e desvio padrão, uma vez que explicam as variações nas medidas de exposição.

Adicionalmente, foi observado que a geração de variáveis aleatórias correlacionadas para a precificação simultânea de título e ação influencia o valor final da exposição. Quanto maior o coeficiente de correlação das variáveis aleatórias maior é o valor da exposição esperada positiva efetiva (*effective EPE*). Entretanto, esta relação não foi verificada para a exposição potencial futura (PFE).

Especificamente para o modelo de precificação de ações identificou-se que a exposição potencial futura (PFE) calculada através da fórmula da distribuição normal é superior a exposição gerada através do modelo de precificação. Desta forma, instituições que utilizam o PFE como medida de exposição alocarão menos capital se utilizarem modelo estatístico próprio.

Através das diversas simulações realizadas também pode-se concluir que, para os tipos de derivativos analisados, o aumento na quantidade de pontos no tempo (de 100 para 200) não ocasionou impacto (aumento ou redução) nas medidas finais de exposição. Esta informação pode ser importante tendo em vista que menos pontos no tempo gera quantidade menor de cálculos e, conseqüentemente, menor será o custo com processamento de dados.

Finalmente cabe salientar que os modelos desenvolvidos atendem aos requisitos propostos pelo acordo de Basileia II e podem ser utilizados fins de cálculo do capital regulatório para estes tipos de derivativos.

Outros estudos poderão focar no desenvolvimento de modelos estatísticos para outros tipos de derivativos ou mesmo incorporar nos modelos gerados a influência de garantias (*collateral*), cujo efeito é a mitigação (redução) da exposição e conseqüentemente do risco de crédito de contraparte.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTMAN, E. I.; SABATO, G.; WILSON, N. The value of non-financial information in small and medium-size enterprise risk management. *The Journal of Credit Risk*. Vol. 6, N. 2, p. 95-127, 2010.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Resolução 3.490 - Dispõe sobre a apuração do Patrimônio de Referência Exigido (PRE). CMN, 2007.

BANKS, E. *Credit risk of financial instruments*. Macmillan Press, 1993.

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. *International convergence of capital measurement and capital standards: a revised framework*. Basel, 2006. Disponível em: www.bis.org [Citado como BCBS (2006)].

_____. Annex 4 – Treatment of counterparty credit risk and cross-product netting. In: *International convergence of capital measurement and capital standards: a revised framework*. Basel, 2006. Disponível em: www.bis.org [Citado como BCBS (2006)a].

BELMONT, D. P. *Value added risk management in financial institutions*. Singapore: John Wiley, 2004.

BHATIA, M. *Credit risk management and Basel II: an implementation guide*. London: Risk Books, 2006.

BLOCHWITZ, S.; HOHL, S. Validation of banks' internal rating systems - a supervisory perspective. In: ENGELMANN, B.; RAUHMEIER, R. *The Basel II risk parameters: estimation, validation, and stress testing*. Frankfurt: Springer, 2010.

BLUHM, C.; OVERBECK, L.; WAGNER, C. *Introduction to credit risk modeling*. Boca Raton: Chapman & Hall, 2 ed., 2010.

CANABARRO, E. Pricing and hedging counterparty risk: lessons re-learned. In: _____. *Counterparty credit risk*. London: Risk Books, 2009.

CANABARRO, E.; DUFFIE, D. Measuring and marking counterparty risk. In: Tilman, L. *Asset/liability management of financial institutions*. London: Institutional Investor Books, 2003.

CANABARRO, E.; PICOULT, E.; WILDE, T. Analysing counterparty risk. *Risk Magazine*, Vol. 16, p. 117-122, set. 2003.

CAOUILLE, J. B.; ALTMAN, E. I. *Managing credit risk: the next great financial challenge*. New York: John Wiley, 1998.

CAVALLA, N. *OTC Markets in derivative instruments*. Macmillan Press, 1993.

CESPEDES, J. C. G.; HERRERO, J. A. J.; ROSEN, D.; SAUNDERS, D. Effective modeling of wrong way risk, counterparty credit risk capital, and alpha in Basel II. *The Journal of Risk Model Validation*. Vol. 4, N. 1, p. 71-98, 2010.

CHERNIH, A.; HENRARD, L.; VANDUFFEL, S. Reconciling credit correlation. *The Journal of Risk Model Validation*. Vol. 4, N. 2, p. 47-64, 2010.

CHORAFAS, D. N. *Credit derivatives and the management of risk*. New York: New York Institute of Finance, 2000.

DE PRISCO, B.; ROSEN, D. Modelling stochastic counterparty credit exposures for derivatives portfolios. In: PYKHTIN, M. *Counterparty credit risk modelling*. London, Risk Books, 2005.

ENDERS, W. *Applied econometric time series*. New York: John Wiley, 1995.

FLECK, M.; SCHMIDT, A. Analysis of Basel II treatment of counterparty credit risk. In: PYKHTIN, M. *Counterparty credit risk modelling*. London: Risk Books, 2005.

GARCIA, J.; GOOSSENS, S. *The art of credit derivatives: demystifying the black swan*. Chichester: John Wiley, 2010.

GIBSON, M. S. Measuring counterparty credit exposure to a margined counterparty. In: PYKHTIN, M. *Counterparty credit risk modelling*. London, Risk Books, 2005.

GREGORY, J. *Counterparty credit risk: the new challenge for global financial markets*. Chichester: John Wiley, 2010.

GREGORY, J. The counterparty risk of credit derivative products. In: CANABARRO, E. *Counterparty credit risk*. London: Risk Books, 2009.

GRUBER, W.; PARCHERT, R. In: Overview of EAD estimation concepts. ENGELMANN, B.; RAUHMEIER, R. *The Basel II risk parameters: estimation, validation, and stress testing*. Frankfurt: Springer, 2010.

HILLS, S.; BARRETT, R. Explaining the credit risk elements in Basel II. In: ONG, M. *The Basel handbook*, 2 ed. London: Risk Books, 2006.

HULL, J. C. *Options, futures, and other derivatives*. Fifth Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

JACOBS, M. Jr. An empirical study of exposure at default. *Journal of Advanced Studies in Finance*. Vol. 1, N. 1, p.31-59, 2010.

JACKSON, M.; STAUNTON, M. *Advanced modelling in finance using Excel and VBA*. London: John Wiley, 2001.

- KOH, H. C.; TAN, W. C.; GOH, C. P. A two-step method to construct credit scoring models with data mining techniques. *International Journal of Business and Information*. Vol. 1, N. 1, p. 96-118, 2006.
- KOOPMAN, S. J.; LUCAS, A. Business and default cycles for credit risk. *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 20, N. 2, p. 311-323 , 2005.
- MAMON, R. S. Three ways to solve for bond price in the Vasicek Model. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*. 8(1), 1-14, p. 1 e 4, 2004.
- PYKHTIN, M. Modeling credit exposure for collateralized counterparties. *The Journal of Credit Risk*, Vol. 5, N. 4, p.3-27, 2009.
- PYKHTIN, M.; ZHU, S. Measuring counterparty credit risk for trading products under Basel II. In: ONG, M. *The Basel handbook*, 2 ed. London: Risk Books, 2006.
- RANCIERE, R. G. Credit derivatives in emerging markets. *IMF Policy Discussion Paper*, IMF, 2002.
- ROWE, D. M.; KOOP, P.; TRAVERS, D. Efficient calculation of counterparty exposure conditional on default. In: CANABARRO, E. *Counterparty credit risk*. London: Risk Books, 2009.
- TARULLO, D. K. *Banking on Basel: the future of international financial regulation*. Washington: Peterson Institute, 2008.
- ZEYTUN, S.; GUPTA, A. A comparative study of the Vasicek and the CIR model of the short rate. *Fraunhofer Institut Techno*. Nr. 124, 2007.