

**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS**

**CONSTRUÇÃO DE UM ÍNDICE DE COINTEGRAÇÃO E UTILIZAÇÃO DO  
MODELO DE REGIMES MARKOVIANOS DE CONVERSÃO PARA A  
IDENTIFICAÇÃO DE RISCO E RETORNO: EVIDÊNCIA A PARTIR DE AÇÕES  
NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO**

Patrícia Marília Ricomini e Almeida

**São Paulo  
2006**

PATRÍCIA MARÍLIA RICOMINI E ALMEIDA

**CONSTRUÇÃO DE UM ÍNDICE DE COINTEGRAÇÃO E UTILIZAÇÃO DO  
MODELO DE REGIMES MARKOVIANOS DE CONVERSÃO PARA A  
IDENTIFICAÇÃO DE RISCO E RETORNO: EVIDÊNCIA A PARTIR DE AÇÕES  
NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO**

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da Universidade Presbiteriana Mackenzie para a obtenção do título de Mestre em Administração de Empresas.

**Orientador: Prof. Dr. Diógenes Manoel Leiva Martin**

**São Paulo**

**2006**

**REITOR DA UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**

**Professor Doutor Manasses Claudino Fonteles**

**COORDENADORA GERAL DA PÓS - GRADUAÇÃO**

**Professora Doutora Sandra Maria Dotto Stump**

**COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM**

**ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS**

**Professora Doutora Eliane Pereira Zamith Brito**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização desta dissertação de mestrado. Entretanto, gostaria de destacar algumas pessoas, as quais, com certeza foram primordiais nesta jornada:

Professor Diógenes Manoel Leiva Martin, por sua orientação, ao longo do tempo desde a época dos créditos onde me inspirou a escolher esse tema. Destaco seus conselhos, sua orientação e amizade;

À CBLC (Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia), nas pessoas de seus dirigentes da área de riscos, o Diretor Francisco Carlos Gomes e o Gerente Wagner Anacleto, pelo suporte logístico e financeiro;

Aos colegas da CBLC (Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia), por sua compreensão e pelo apoio no decorrer do curso, especialmente, ao Cláudio Rubira;

Aos meus pais, pelo incentivo incondicional;

Ao meu marido, que sempre me apoiou e confiou em meus objetivos;

A Deus pela vida.

## RESUMO

Um dos mais populares assuntos em finanças trata da pesquisa e estudo do processo de geração de retornos de títulos, tendo sua origem com a publicação da tese de Bachelier, em 1900. Em 1978, Jensen afirmou que, qualquer estratégia de negócio, que produza de forma consistente ganho econômico, já descontado o risco, por um período suficientemente longo, considerando os custos de transação, constitui-se em uma evidência contra eficiência de mercado. A eficiência de mercado, portanto, pode ser traduzida para a hipótese de que o valor esperado do excesso da taxa de retorno é, na média, igual a zero, quando se leva em consideração uma medida de probabilidade que desconta o prêmio pelo risco, dado um conjunto de informações (históricas, públicas ou privadas). Todavia, ocorre que as evidências empíricas, principalmente a partir da década de sessenta, têm constatado uma série de fatos, que deram origem a uma vasta literatura em finanças: conglomerados de volatilidade, não normalidade dos retornos, assimetria negativa, excesso de curtose, volatilidade estocástica, auto - regressividade dos retornos e da volatilidade, anomalias de mercado relacionadas com a sazonalidade ou com o funcionamento dos mercados, anomalias de mercado relacionadas ao tamanho da empresa e a sua estrutura de capital, processo de reversão para o retorno médio e valores extremos. Em função dessas constatações, surgiram teorias, especialmente de natureza econômica, sobre a característica não linear dos dados, tais como: modismos, manias e pânico e bolhas especulativas racionais. Um dos objetivos do presente estudo consiste em elaborar uma estratégia ativa baseada na construção de um Índice de Cointegração, considerando-se os diferentes níveis de riscos e de regimes auto – regressivo. A identificação desses regimes no processo de geração de retornos no mercado brasileiro de ações na BOVESPA, para o período pós Plano Real (janeiro de 1995 a setembro de 2004) será elaborado através do Modelo de Regimes de Conversão de Markov. A utilização desse modelo de regimes permite identificar a estrutura não linear dos dados seja em relação à média condicional, seja em relação à variância condicional. Como resultado, a dinâmica do processo de geração poderá ser função de ciclos de crescimento persistente (“bull markets”) e de não crescimento (“bear markets”).

**Palavras-chave:** Geração de retornos de títulos. Eficiência de mercado. Cointegração. Regimes de Conversão Markovianos.

## ABSTRACT

One of the most popular subjects in finance is about the search and the learning of the securities return generation process and originate with the publication of Bachelier's thesis, in 1900. In 1978, Jensen affirmed that, any strategy of business, that produces economic profits in a consistent way, discounted the risk, for a sufficient long period, observing the transaction costs, consist in evidence against market efficiency. However, occurs that empirical evidences, mainly as from 60's decade, have verified a succession of events, that originate production of literary work in finance: conglomerate of volatility, no normality of returns, negative asymmetry, excess of kurtosis and stochastic volatility. As result of these verifications, theories arose, especially of economic nature, about the characteristic nonlinear of the data, as rational speculative bubble. This paper examines the performance of a general dynamic equity indexing strategy based on cointegration, from a market efficiency perspective, observing the different levels of risk and regimes. The identification of these regimes auto – regressive in the process of generating returns in the Brazilian Market, especially in Bovespa, for the Plano Real period (January of 1995 to September of 2004), will be elaborated trough a Markov Switching Model. With this model, is possible to identify the nonlinear structure of the data and it is relation to the conditional mean and conditional variance. As result the dynamics of the data generation process, the returns can be described as function of the growth cycle ("bull markets") and decrease ("bear markets").

**Key words:** Securities Return Generation Process. Market Efficiency. Cointegration. Markovian Switching Regimes.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
1.1	Objetivo do trabalho .....	9
<b>2</b>	<b>PROBLEMA, OBJETIVOS, HIPÓTESES E VARIÁVEIS</b> .....	12
2.1	Problema de Pesquisa.....	12
2.2	Objetivo Geral .....	13
2.3	Objetivos Específicos.....	13
2.4	Hipóteses.....	14
2.5	Definição Operacional.....	15
2.6	Variáveis.....	15
2.6.1	VARIÁVEL INDEPENDENTE .....	16
2.6.2	VARIÁVEL DEPENDENTE.....	17
<b>3</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DE PESQUISA</b> .....	18
3.1	Tipos de Pesquisa.....	18
3.1.1	PESQUISA EXPLORATÓRIA .....	18
3.1.2	PESQUISA DESCRITIVA: .....	19
3.1.3	PESQUISA EXPERIMENTAL: .....	19
3.1.4	O TIPO DE PESQUISA ESCOLHIDO: .....	20
3.2	Método de Pesquisa .....	20
3.2.1	MÉTODO QUALITATIVO.....	21
3.2.2	MÉTODO QUANTITATIVO .....	21
3.2.3	O MÉTODO ESCOLHIDO.....	22
3.3	Plano Amostral .....	22
3.3.1	POPULAÇÃO .....	23
3.3.2	AMOSTRA.....	23
3.3.3	PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS.....	25
<b>4</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	27
4.1	Índice de Cointegração .....	27
4.2	Índice de Dispersão.....	39
4.3	Análise Básica de Séries Temporais.....	41
4.4	Regimes Markovianos de Conversão .....	44
4.5	Implicações para a Eficiência de Mercado.....	56
4.6	Beta .....	59
4.7	Especificação do Modelo .....	62
4.8	Estimação .....	64
4.9	Regimes de Volatilidade de Mercado e Estados de Risco dos Títulos .....	66
4.10	Associação de Grupos com Medidas de Desempenho Econômico .....	68
4.11	Resultados Encontrados para Ações negociadas na Bovespa.....	70
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	77
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	79



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Pesos das ações dos Portfólios (Em %)	36
Tabela 2. Retornos Anuais do Benchmark (Em %)	37
Tabela 3. Retornos Anuais de Pc e Pm (Em %)	37
Tabela 4. Retornos Anormais de Pc e Pm (Em %)	37
Tabela 5. Estatísticas dos Retornos das Carteiras no período de Janeiro de 2004 a Novembro de 2005	38
Tabela 6. Dados das Regressões DJIA x Ibovespa	43
Tabela 7. Estatística da Regressão com ações do Ibovespa	43
Tabela 8. Estimativas dos modelos MSM (M) -Ar (p) para periodicidade diária	50
Tabela 9. Teste de Diagnóstico de Modelos	51
Tabela 10. Estatísticas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados diários	52
Tabela 11. Estimativas dos modelos MSM (M) -Ar (p) para periodicidade mensal	53
Tabela 12. Teste de Diagnóstico de Modelos	54
Tabela 13. Estatísticas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados mensais	55
Tabela 14. Betas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados mensais	71
Tabela 15. Classificação dos Betas	72
Tabela 16. Classificação das Ações	73

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Objetivo do trabalho

Na última década, a literatura acadêmica tem dado especial atenção para um tipo de investimento passivo, bem popular, que consiste na indexação de ações. Este tipo de investimento passivo permite a replicação das características de risco e retorno de um *benchmark*, geralmente, um índice de ações.

Alguns estudos, tais como os de Jensen (1968), apresentam evidências em favor da eficiência de mercado, já que mostram que a administração ativa tem desempenhado pior do que a passiva na maior parte do tempo, mesmo após os custos de transação e taxas de administração.

Alexander e Dimitriu (2003), ao investigarem o desempenho de uma estratégia de indexação dinâmica, denominada de *Cointegration Based Index Tracking*, encontraram evidências de retornos anormais, em certas condições de mercado, mesmo após os custos de transação, em diferentes universos de ações e ao longo de diferentes períodos de tempo.

Cabe salientar que, ao contrário do estudo Alexander e Dimitriu (2003), muitos outros estudos, tais como Alexander (1964), Fama e Blume (1966), têm mostrado que, mesmo quando diferentes estratégias obtêm sucesso antes dos custos de transação, depois de contabilizados tais custos, os lucros desaparecem.

Todos esses estudos procuram encontrar evidências contra a Eficiência de Mercado, definida por Jensen (1978), que segundo ele, consiste em uma estratégia de negociação produzindo consistentes ganhos econômicos, após uma definição apropriada de custos de transação e através de um longo período de tempo.

Entretanto, embora Alexander e Dimitriu (2003) tenham encontrado retornos anormais em seu estudo, estes ocorreram apenas durante os períodos de volatilidade, não sendo possível excluir a presença de um fator de risco escondido e, portanto, não sendo possível contrariar a Hipótese de Eficiência de Mercado.

Segundo Alexander e Dimitriu (2003), esses excessos de retorno foram determinados pela mudança defasada na dispersão dos preços das ações, indicando que a dispersão pode ser um indicador chave do desempenho dessa estratégia. Concluíram que, se houver um aumento na dispersão, existirá uma perda relativa no portfólio comparado com o mercado. Portanto, essa relação, que não é linear, deve ser modelada com quebras de regime.

Para isso, foi utilizada uma abordagem denominada de Modelo Markoviano de Conversão, que revelou a existência de dois regimes no mercado acionário, com características distintas, sendo que a maior parte dos retornos anormais esteve associada com o regime caracterizado por alta volatilidade do *benchmark* e baixos retornos.

Apoiado nessas reflexões, principalmente, no estudo de Alexander e Dimitriu (2003), um dos objetivos do presente estudo consiste na criação de um Índice de Cointegração para o mercado acionário brasileiro e a utilização do modelo de Markov, com o intuito de encontrar evidências de diferentes regimes no mercado acionário.

Outro ponto importante e que vem merecendo destaque no mundo acadêmico, consiste em evidências de que o beta é instável, como por exemplo, os de Fabozzi e Francis (1997) e o de Chen (1982) para o mercado norte-americano e o de Faff e Brooks (1998) para o mercado acionário australiano. Acrescenta-se ainda, o fato de que a variância da distribuição dos retornos do portfólio de mercado varia no tempo (BOLLERSLEV, ENGLE E NELSON, 1994).

Nesse contexto, Hamilton e Susmel (1994) modelaram as mudanças na volatilidade de mercado, utilizando dois tipos de modelos: Modelo Markoviano de Conversão e o Modelo ARCH sem variação, reportando evidências em favor do primeiro.

Galagedera e Shami (2003) argumentam que muitos estudos consideram o fenômeno de conversão de Markov para capturar a instabilidade de parâmetro no processo de geração de retorno do título e do portfólio de mercado, mas não examinam a associação entre os estados de risco beta e os regimes de volatilidade de mercado.

Em função disso, os autores elaboraram um estudo com as ações que compõem o Índice Dow Jones e encontraram forte comportamento do regime de conversão em três títulos dos 30

títulos que compõem esse índice. Nesses três títulos, o estado de risco baixo foi mais persistente que o estado de risco alto.

Finalmente, foi proposta uma classificação dos títulos em três grupos: (A) alta probabilidade de estarem num estado de risco alto, dado que o mercado está num regime de volatilidade alta; (B) alta probabilidade de estarem num estado de risco baixo, dado que o mercado está num regime de volatilidade baixa, (C) outros títulos.

Portanto, tendo como base, principalmente, o estudo de Galagedera e Shami (2003), o outro objetivo desse trabalho consiste em classificar os títulos em grupos de acordo com seus betas e analisar a implicação dessa classificação na estratégia de alocação do portfólio cointegrado.

Resumindo, o presente trabalho tem como base de modelagem financeira, a abordagem do regime de conversão de Markov e, através desta abordagem, pretende alcançar os seguintes objetivos:

- 1- Criação de um Portfólio Cointegrado para ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo.
- 2- Verificar a existência ou não de retornos anormais, utilizando-se a estratégia de cointegração.
- 3- Criação de um Índice de Dispersão e verificar sua relação com os retornos anormais do portfólio cointegrado.
- 4- Modelar o processo de geração de retornos do mercado e do título como processos de conversão de Markov.
- 5- Encontrar evidências de diferentes regimes no mercado acionário, identificar quantos são e quais são esses regimes.
- 6- Classificar os títulos de acordo com seus betas e os regimes encontrados.

## 2 PROBLEMA, OBJETIVOS, HIPÓTESES E VARIÁVEIS

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar o problema de pesquisa, o objetivo geral deste trabalho e os objetivos específicos. Acrescenta-se ainda, a especificação das variáveis e o seu modo operacional, bem como as hipóteses.

### 2.1 Problema de Pesquisa

Um problema, para ser entendido como tal, deve trazer consigo uma proposição testável, ser uma questão, uma sentença interrogativa e ser expresso numa linguagem precisa, de maneira que possa ser testado e respondido cientificamente. O problema, geralmente, mostra uma situação que necessita ser discutida, investigada e ser decidida ou solucionada. Para Kerlinger (1980), uma definição satisfatória para problema é: “Um problema é uma questão que pergunta como as variáveis estão relacionadas”.

Gil (1994) descreve que um problema de pesquisa pode ser determinado por razões de ordem prática ou de ordem intelectual. Inúmeras razões de ordem prática podem conduzir a formulação de problemas, cuja resposta é importante para subsidiar uma ação. As razões de ordem intelectual conduzem à formulação de problemas de pesquisa, cujos interesses são pela escolha de problemas determinados por diversos fatores, sendo os mais importantes: os valores sociais do pesquisador e os incentivos sociais.

Para se formular um problema científico, a maneira mais fácil e direta é a formulação de uma pergunta que mostra uma situação necessitada de discussão, investigação, decisão ou solução (GIL, 1999, p. 30; KERLINGER, 1980, p. 36).

Diante desse conceito, esse estudo apresenta o problema de pesquisa que procurará ser respondido:

**Existe uma estratégia ativa para a criação de um Índice de Cointegração, considerando os diferentes níveis de riscos, dados os diferentes regimes auto - regressivos?**

## 2.2 Objetivo Geral

Segundo Vergana (1998), partindo-se do conceito de que o problema de pesquisa deve ser elaborado por uma sentença interrogativa a investigar, o objetivo da pesquisa será o resultado que se espera alcançar. Para Richardson (1989), o objetivo geral define o que se pretende alcançar com a realização da pesquisa.

Deste modo, o objetivo geral deste estudo consiste em:

**Formulação de uma estratégia ativa baseada na construção de um Índice, que esteja cointegrado com o *Benchmark*, utilizando-se de Regimes Markovianos de Conversão para a identificação de risco e retorno.**

## 2.3 Objetivos Específicos

De acordo com Santos e Parra (1998), o objetivo específico define o ponto central do estudo, ou seja, dentro de uma idéia geral do trabalho, deve-se ressaltar a idéia específica a ser desenvolvida. Para definir o ponto central e atender ao objetivo geral desse estudo, os objetivos específicos estão delineados da seguinte forma:

1. Apresentar a revisão de literatura sobre Estratégia de Cointegração, o Modelo de Conversão de Markov, Regimes de Volatilidade de Mercado e Estados de Risco dos Títulos.
2. Criação de um Portfólio Cointegrado para ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo.
3. Verificar a existência ou não de retornos anormais, utilizando-se a estratégia de cointegração.
4. Criação de um Índice de Dispersão e verificar sua relação com os retornos anormais do portfólio cointegrado.

5. Modelar o processo de geração de retornos do mercado e do título como processos de conversão de Markov.
6. Encontrar evidências de diferentes regimes no mercado acionário, identificar quantos são e quais são esses regimes.
7. Classificar os títulos de acordo com seus betas e os regimes encontrados.

## **2.4 Hipóteses**

Ao iniciar o estudo, o pesquisador propõe a possível explicação que direcionará o processo de investigação, sugerindo a possível relação existente entre os aspectos do fenômeno que está investigando (KOCHE, p. 108; GIL, 1994 p. 35).

Nesse contexto, Ferreira (1998) define que as hipóteses são sentenças declarativas, que possuem variáveis relacionadas que possam ser submetidas à verificação através da coleta e análise de determinados aspectos da realidade.

Segundo Bunge (1976), as funções das hipóteses são: generalizar uma experiência; desencadear inferências, atuando com afirmações ou conjecturas iniciais sobre o “caráter”, a “quantidade” ou as “relações” entre os dados; servir de guia à investigação e atuar na tarefa de interpretação de um conjunto de dados ou outras hipóteses.

De acordo com os conceitos apresentados anteriormente e com base nos trabalhos de Alexander e Dimitriu (2003) e de Galagedera e Shami (2003), serão propostas quatro hipóteses:

### **- Quanto à Cointegração:**

**H1:** Existem carteiras cointegradas, com base na análise das informações acima..

**H2:** Existem retornos anormais quando se utiliza a estratégia de cointegração.

- **Quanto à Dispersão:**

**H3:** A dispersão dos preços das ações tem uma relação significativa com o excesso de retorno observado a partir dessa estratégia de cointegração.

- **Quanto à Identificação dos Regimes:**

**H2:** Existem dois ou mais regimes de conversão no mercado acionário brasileiro.

## **2.5 Definição Operacional**

Kerlinger (1980) afirma que a definição operacional é uma ponte entre os conceitos e as observações, permitindo ao pesquisador, especificar suas atividades para medir ou manipular uma variável.

Nesse sentido, para Koche (2002), a definição operacional indica a ação ou a operação pela qual o significado do construto se manifesta. A definição operacional de um conceito mostra, portanto, quais ações ou operações devem ser executadas para que a variável possa ser observada ou medida pelo pesquisador.

Todavia, Triviños (1987) argumenta que as definições das variáveis são ambíguas e abstratas, não fornecendo subsídios aos pesquisadores para conseguir trabalhá-las. Por esse motivo, é necessário operacionalizar os conceitos das variáveis, atribuindo-lhes um sentido e um conteúdo prático e, assim, tornando-as possíveis de serem observadas e medidas.

## **2.6 Variáveis**

Triviños (1987) menciona que as hipóteses são constituídas por uma, duas ou mais variáveis. As variáveis são definidas por Koche (2002) como aspectos, propriedades, características individuais ou fatores mensuráveis ou potencialmente mensuráveis, através dos diferentes valores que assumem, discriminadas no objeto de estudo, para testar a relação enunciada em uma proposição.



Gil (1994) aponta o conceito de uma variável como sendo tudo aquilo que pode assumir diferentes valores ou aspectos, de acordo com casos particulares ou determinadas circunstâncias, sendo que algumas hipóteses estabelecem uma relação de dependência entre duas ou mais variáveis.

O autor comenta, também, que em uma pesquisa científica, geralmente, busca-se o estabelecimento de relações assimétricas entre as variáveis, sendo que as relações indicam que os acontecimentos ou fenômenos, não são independentes entre si e, também, não se relacionam mutuamente, no entanto um exerce influência sobre o outro.

Com base nesses conceitos, as variáveis deste estudo são apresentadas, bem como, o modo pelo qual elas serão operacionalizadas.

### 2.6.1 VARIÁVEL INDEPENDENTE

De acordo com Kerlinger (2000), uma variável independente é a causa presumida da variável dependente, o efeito presumido. A variável independente é a antecedente, a dependente é a conseqüente.

Em alguns estudos, a variável independente causa mudanças na variável dependente. Nos experimentos, a variável independente é a variável manipulada pelo experimentador. Mudanças nos valores ou níveis da variável independente produzem mudanças na variável dependente.

- Para verificar a existência de forte comportamento de regime de conversão no mercado acionário brasileiro, será utilizada a seguinte regressão:

$$y_t = z_t' \beta_{s,t} + \varepsilon_{s,t}$$

Para esse caso, portanto, as variáveis independentes são:

$z_t = (1 \ x_t \ x_t^2)$ , a matriz de variáveis explicativas;

$x_t$  = vetor de mudança defasada na dispersão de preços;

$\beta_{S,t} = (\mu_{S,t}, \gamma_{S,t}, \theta_{S,t})$  é o vetor dos coeficientes estáticos e dependentes da regressão;

$\varepsilon_{S,t}$  = vetor dos distúrbios, assumindo uma normal com variância estática e dependente  $\sigma_{S,t}^2$ .

## 2.6.2 VARIÁVEL DEPENDENTE

Segundo Kerlinger e Lee (2000), a variável dependente representa o efeito que varia simultaneamente com as mudanças e variações da variável independente. O pesquisador utiliza a variável dependente para medir os efeitos ocorridos com as alterações das variáveis independentes.

- Dadas a regressão descrita acima, a variável dependente desse estudo consiste no retorno do portfólio de mercado em excesso à taxa livre de risco,

### **3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DE PESQUISA**

Neste capítulo, será feita uma descrição da metodologia que será utilizada nesse projeto de pesquisa, incluindo o tipo e o método de pesquisa escolhido, o instrumento de coleta de dados, a amostra definida para a aplicação do instrumento, o tipo de tratamento e a análise de dados.

Nesse sentido, algumas definições básicas são necessárias com a finalidade de embasar as escolhas para a execução da pesquisa científica.

#### **3.1 Tipos de Pesquisa**

A pesquisa científica tem como objetivo responder a um questionamento sobre determinado tipo de problema, a partir de hipóteses que poderão ser confirmadas ou invalidadas, através de diversos tipos de pesquisa (LAKATOS e MARCONI, 1999, p.18).

Segundo Santos e Parra F<sup>o</sup> (1998, p.95), o termo pesquisa é utilizado para designar todo trabalho destinado à busca de soluções para os inúmeros problemas que as pessoas enfrentam no seu dia a dia.

Justifica-se a realização de uma pesquisa quando as informações, para se responder a um problema, não existem ou não estão claras e ordenadas suficientemente para serem utilizadas (GIL, 1991, p.19).

De acordo com a classificação utilizada por Triviños (1987), são definidos três tipos de estudo quanto à finalidade:

##### **3.1.1 PESQUISA EXPLORATÓRIA**

Esse tipo de pesquisa tem como finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e idéias, objetivando a formulação de problemas e hipóteses mais precisas, ou, ainda, descobrir um novo enfoque para o estudo que se pretende realizar (BARROS e LEHFELD, 1986 p.94;

GIL, 1991 p. 19; LAKATOS e MARCONI, 1999, p.18). Em resumo, pode-se dizer que a pesquisa exploratória tem como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de instituições.

Por meio da pesquisa exploratória, avalia-se a possibilidade de se desenvolver um estudo inédito e interessante, sobre uma determinada temática. O investigador procura aumentar seus conhecimentos e contribuir para novos estudos com novos elementos referentes a um determinado problema (TRIVIÑOS, 1987, p.109). De um modo geral, essa pesquisa constitui um estudo preliminar ou preparatório para outro tipo de pesquisa.

Em geral, assume as formas de Pesquisas Bibliográficas e Estudos de Casos.

### 3.1.2 PESQUISA DESCRITIVA:

O objetivo principal consiste na descrição das características de determinada população ou fenômeno, não interferindo ou manipulando os objetivos de pesquisa (BARROS e LEHFELD, 1986, p. 90; LAKATOS e MARCONI, 1999, p. 20).

Ainda, de acordo com Triviños (1987), para a realização deste tipo de estudo, o pesquisador necessita de vasta informação prévia sobre o assunto que pretende investigar.

Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática.

### 3.1.3 PESQUISA EXPERIMENTAL:

Caracteriza-se por manipular diretamente as variáveis independentes do estudo a fim de observar e interpretar as modificações e reações ocorridas no objetivo de pesquisa (BARROS E LEHFELD, 1986, p. 94). Assim, o pesquisador interfere na realidade por meio das variáveis.

Nesse tipo de pesquisa, segundo Triviños (1987), o problema deve ser colocado de maneira clara, precisa e objetiva. Além disso, deve haver cuidadosa delimitação de variáveis que

compõem um problema elaborado com exatidão. No entanto, podem surgir dificuldades em se criar as condições necessárias para se promover uma investigação, onde se manipulem as variáveis independentes que poderão ter diferentes conseqüências sobre a variável dependente.

#### 3.1.4 O TIPO DE PESQUISA ESCOLHIDO:

Segundo as definições de Triviños (1987), o delineamento desse estudo denota que a pesquisa a ser realizada deverá ter caráter descritivo, que serve para verificar a relação entre as variáveis de problemas conhecidos anteriormente sem a interferência do pesquisador.

A pesquisa foi consistida em duas etapas:

- Levantamento bibliográfico de conceitos publicados de diversos autores e de estudos já realizados a respeito do tema a ser investigado.
- Modelagem financeira a fim de se verificar empiricamente a confirmação ou não das hipóteses elaboradas.

### 3.2 Método de Pesquisa

Segundo Santos e Parra F<sup>o</sup> (1996), o método nada mais é do que o caminho a ser percorrido para atingir o objetivo proposto.

Do ponto de vista da forma de abordagem de um problema, uma pesquisa pode ter caráter Qualitativo ou Quantitativo. Para Richardson (1989), ambos os métodos diferenciam-se pela sistemática e pela abordagem do problema, sendo que o trabalho de pesquisa deve ser planejado e executado de acordo com as normas requeridas em cada método de investigação. A opção por um deles é baseada na natureza do problema a ser investigado.

Entretanto, Lakatos e Marconi (1999) afirmam que mesmo que haja uma predisposição à escolha de um método de pesquisa, não significa que não pode haver uma combinação entre métodos. Devem-se aplicar os métodos mais apropriados para cada caso, confirmando desta forma que a escolha do método precisa estar apropriada ao tipo de estudo que se deseja

realizar, fundamentando-se na natureza do problema a ser investigado (RICHARDSON, 1989).

### 3.2.1 MÉTODO QUALITATIVO

Segundo Godoy (1995), a Pesquisa Qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos sob a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo. Cabe salientar que a Pesquisa Qualitativa não procura enumerar e / ou medir os eventos estudados, nem emprega instrumento estatístico na análise dos dados.

Nesse sentido, a Pesquisa Qualitativa é mais adequada nos estudos com problemas pouco conhecidos, onde se busca conhecer as relações sociais e culturais que se estabelecem no interior das organizações.

Nesse tipo de pesquisa, as formas de coleta de dados mais utilizadas são: Observação (participante ou não) e Entrevista em profundidade. Na Observação, o pesquisador acompanha uma determinada situação, em que o mesmo busca aprender a regularidade de acontecimentos. O registro dos acontecimentos é necessário para análise posterior e definição de hipóteses. Já a Entrevista consiste numa conversação efetuada face a face, de maneira metódica, com o objetivo de recolher, por meio de interrogatório, a informação necessária para a pesquisa (CERVO e BERVIAN, 1983; LAKATOS e MARCONI, 1999).

### 3.2.2 MÉTODO QUANTITATIVO

O método quantitativo de pesquisa científica é caracterizado por uma abordagem positivista. Essa abordagem assume que existe, no mundo, uma verdade objetiva, que pode ser revelada por método científico, cujo enfoque é a mensuração sistemática e estatística de relacionamentos entre variáveis.

Nesse sentido, Godoy (1995) aponta a preocupação com a medição objetiva e a quantificação dos resultados, que busca a precisão, evitando distorções na etapa de análise e interpretação

dos dados, garantindo assim uma margem de segurança em relação às inferências obtidas. Godoy (1995) descreve, também, que o método quantitativo parte de hipóteses estabelecidas a priori e se preocupa em buscar dados ou evidências que corroborem ou neguem tais suposições. Nesse tipo de método, o pesquisador conduz seu trabalho com hipóteses claramente especificadas e variáveis operacionalmente definidas.

Richardson (1989) afirma que esse método é frequentemente aplicado nos estudos descritivos, naqueles que procuram descobrir e classificar a relação entre as variáveis, bem como naqueles que investigam a relação de causalidade entre fenômenos. O método quantitativo oferece informações de natureza mais objetiva e aparente. Seus resultados podem refletir as ocorrências de mercado como um todo ou de seus segmentos, de acordo com a amostra com a qual se trabalha.

Resultados estatísticos precisos permitem projetar o que se apurou da amostra para o universo da pesquisa. Ao contrário do método qualitativo, a preocupação do pesquisador que utiliza o método quantitativo é a verificação da extensão do fenômeno e não uma análise aprofundada de sua intensidade.

Na pesquisa quantitativa, as formas de coleta de dados mais utilizadas são: Questionário e Entrevista Estruturada.

### 3.2.3 O MÉTODO ESCOLHIDO

Levando em consideração os conceitos estudados, e dada às características principais desse estudo, a abordagem do problema será feita por Pesquisa Quantitativa.

## **3.3 Plano Amostral**

O processo de planejamento amostral inclui cinco estágios: definição da população, definição da amostra, escolha da técnica amostral, determinação do tamanho da amostra e execução do processo de amostragem.

### 3.3.1 POPULAÇÃO

A população é um conjunto de elementos que possuem características semelhantes que serão objeto de estudos (VERGARA, 1998, p. 50). Para esse estudo, o universo investigado é composto por ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa).

Segundo Gil (1999), de um modo geral, as pesquisas sociais abrangem um universo de elementos tão grande que se torna impossível considerá-las em sua totalidade. Por essa razão, nas pesquisas sociais é muito freqüente trabalhar com uma amostra, ou seja, pequena parte dos elementos que compõem o universo, ou população.

O problema da amostragem é, portanto, escolher uma parte (ou amostra), de forma que seja esta a mais representativa possível do todo e, a partir dos resultados obtidos, relativos a essa parte, poder inferir, o mais legitimamente possível, os resultados da população total, se esta fosse verificada.

### 3.3.2 AMOSTRA

Segundo Sproull (2002), uma amostra é uma porção de uma categoria grande de elementos chamados de população. Para se definir a amostra, existem dois métodos: probabilísticos e não probabilísticos.

Uma amostra probabilística, segundo Marconi e Lakatos (1999) é aleatória e pode ser submetida a tratamento estatístico, que permite compensar erros amostrais. Para Barros e Lehfeld (1986), a amostra probabilística pode ser dividida em:

- Casual simples: a seleção é realizada com base num processo que dá a cada membro da população a mesma probabilidade de ser incluído na amostra;
- Casual estratificada: a população é cadastrada e dividida formando os estratos;
- Por agrupamentos ou conglomerados: em que se tornam grupos cadastrados do universo e se procedem ao sorteio, formando a amostra com os elementos desses conjuntos sorteados;



- Por área, quando não se conhecem todos os componentes da população.

A amostra não probabilística não faz uso de forma aleatória de seleção. Esse procedimento não usa formas estatísticas, podendo ser relacionada como:

- Intencional: o pesquisador está interessado na opinião de determinados elementos da população, mas não representativos dela;
- Por júris: quando se deseja obter informações detalhadas, durante certo espaço de tempo, sobre questões particulares;
- Por tipicidade: procura de um grupo que seja típico em relação a população como um todo;
- Por quotas: classificação da população em termos de propriedades que se presume, construção de uma maquete da população a ser pesquisada, fixação de quotas para cada pesquisador.

Do universo de ações que são negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo, será obtida uma amostra não probabilística. A escolha dessa amostra obedece a um critério de conveniência, pois, nos modelos de Markov, é essencial assegurar uma amostra suficientemente longa para a identificação correta da variabilidade no tempo dos parâmetros. No estudo de Alexander e Dimitriu (2003), por exemplo, o período utilizado foi de 10 anos, de 1992 a 2002.

Levando-se isso em consideração, o período de tempo que será analisado é de 09 anos, ou seja, a partir de 1995 (após Plano Real) até 2004. Nesse sentido, verificou-se que apenas 12 ações fizeram parte do Índice Bovespa ao longo nesse período: ACES4, ARCZ6, BBDC4, CESP4, ELET3, ELET6, PTIP4, ITAU4, ITSA4, KLBN4, LIGH3 e PETR4. portanto, nossa amostra consiste em 12 ações diferentes mais o Ibovespa.

Cabe salientar que o uso de tal amostra longa não deve criar nenhuma dificuldade para um modelo Markov de conversão, especificado corretamente, ou seja, um modelo no qual toda a

variabilidade no tempo dos parâmetros é capturada pelo regime de conversão e, dentro de cada regime, as estimativas do parâmetro são invariáveis no tempo.

### 3.3.3 PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS

No processo de investigação, o pesquisador necessita utilizar técnicas para a coleta de dados de acordo com o tipo de pesquisa relativo ao estudo.

A coleta de dados está diretamente relacionada com o problema e as hipóteses da pesquisa, com o intuito de obter elementos para que os objetivos propostos na pesquisa possam ser alcançados.

Gil (1994) aponta que todos os procedimentos para coleta de dados considerados relevantes têm em comum o fato de serem aplicados diretamente às pessoas.

As técnicas de coleta de dados são:

- Observação: é o uso dos sentidos com vistas a adquirir conhecimentos necessários para o cotidiano;
- Entrevista: técnica em que o investigador se apresenta frente ao entrevistado e lhe formulam perguntas para a obtenção de dados que interessam à investigação;
- Questionário: técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, objetivando o conhecimento de opiniões;
- Documentos, registros estatísticos, documentos pessoais e os meios de comunicação em massa.

O instrumento eleito para a coleta de dados deve corresponder ao problema de pesquisa, aos objetivos geral e específico e, também, às hipóteses do estudo.

Nesse sentido, serão coletadas as cotações diárias de fechamento das doze ações já citadas anteriormente, através do software Economática.

## 4 REFERENCIAL TEÓRICO

### 4.1 Índice de Cointegração

O fenômeno de indexação de ações tem atraído interesse de acadêmicos durante os últimos dez anos.

A indexação de ações é a forma mais popular de investimento passivo, que objetiva replicar as características de risco e retorno de um *benchmark*, usualmente um índice de ações. A razão para se utilizar uma estratégia passiva está na crença na eficiência de mercado, que provém o fundamento teórico da indexação.

A teoria tradicional de mercado de capitais afirma que o portfólio de mercado, como definido por Fama (1970), oferece o maior nível de retorno por unidade de risco e o único caminho pelo qual os investidores conseguem bater o mercado a longo prazo é tomando riscos maiores.

Segundo estudos de Jensen (1968), Elton, Gruber, Das, Hlavka (1993) e Carhart (1997) a administração ativa tem desempenhado pior do que a passiva na maior parte do tempo, mesmo após os custos de transação e taxas de administração.

Sob uma perspectiva operacional, entretanto, é necessário fazer uma distinção entre um índice de fundo puro, administrado para replicar o desempenho do portfólio de mercado ou *benchmark*, e estratégias tais como *Enhanced Index Tracking*, que é uma administração ativa. Esta estratégia consiste na construção de portfólios bem diversificados que possuem uma relação estável como *benchmark* e tentam tomar vantagem de alguma ineficiência de mercado.

De acordo com a definição de Jensen (1978) de eficiência de mercado, uma estratégia de negociação produzindo consistentes ganhos econômicos, após uma definição apropriada de custos de transação e através de um longo período de tempo, é evidência contra a hipótese de eficiência de mercado.

Muitos estudos, tais como Alexander (1964), Fama e Blume (1966), têm mostrado que, mesmo quando diferentes estratégias obtêm sucesso antes dos custos de transação, depois de contabilizados tais custos, os lucros desaparecem.

A evidência pública de lucratividade nas negociações, após os custos de transação, é escassa. O artigo de Lakonishok e Vermaelen (1990) foi um dos poucos que documentou a lucratividade de algumas regras de negociação destinadas a explorar anomalias do comportamento dos preços.

No artigo de Alexander e Dimitriu (2003), foi investigado o desempenho de uma estratégia de indexação dinâmica que recentemente chamou a atenção de muitos administradores de fundo – *Cointegration Based Index Tracking*, introduzido por Alexander (1999).

Um modelo de indexação, baseado na cointegração, permite a replicação de qualquer tipo de *benchmark*, com diferentes números de ações.

A cointegração tem-se tornado a ferramenta predominante da econometria de séries de tempo, desde o trabalho de Engle e Granger (1987). Outras fontes que também merecem destaque são : Hamilton (1994), Enders (1995) e Hendry (1996).

Alexander (2003) considera essa técnica poderosa para a investigação das tendências comuns em séries de tempo multivariadas, além de fornecer uma metodologia sólida para se modelar as dinâmicas de longo e curto prazos de um sistema.

A autora afirma, ainda que, a cointegração não se refere aos movimentos conjuntos dos retornos, mas sim aos movimentos conjuntos dos preços dos ativos (ou taxas de câmbio ou rentabilidades). Se os *spreads* apresentam reversão à média, então os preços dos ativos estão ligados, no longo prazo, por uma tendência estocástica comum e, nesse caso, pode-se dizer que os preços são “cointegrados”.

Um conjunto de séries  $I(1)$  é dito “cointegrado” se há uma combinação linear dessas séries que seja estacionária. Portanto, no caso de apenas duas séries integradas, tem-se que:

$$x \text{ e } y \text{ são cointegradas, se } x, y \sim I(1) \text{ e se existe } \alpha \text{ tal que } x - \alpha y \sim I(0) .$$

Cabe salientar que a cointegração e a correlação, embora relacionadas, são conceitos diferentes. Elevada correlação não implica elevada cointegração, nem vice – versa. As séries cointegradas podem ter correlações que, às vezes, são muito baixas. Por exemplo, um grande e diversificado portfólio de ações de um índice de ações, em que as alocações são determinadas pelos seus pesos no índice, deve ser cointegrado com o índice.

Ainda que o portfólio deva se mover em linha com o índice de ações no longo prazo, pode haver períodos em que as ações, que não estão no portfólio, tenham movimentos excepcionais de preços. Dessa forma, as correlações empíricas entre o portfólio e o índice podem ser, antes de tudo, baixas durante certo tempo. O inverso também pode ocorrer, ou seja, os retornos podem ser altamente correlacionados sem que haja elevada cointegração nos preços.

É importante acrescentar que, as altas correlações podem facilmente ocorrer quando há e quando não há cointegração. Portanto, a correlação nada nos diz a respeito da relação comportamental de longo prazo entre dois mercados: eles podem ou não estar se movendo juntos ao longo de grandes períodos e a correlação não é a ferramenta adequada para se medir isso.

A correlação reflete os movimentos conjuntos dos retornos, responsáveis pelas grandes instabilidades ao longo do tempo. É intrinsecamente uma medida de curto prazo. Portanto, as estratégias de *hedge* que se baseiam na correlação exigem geralmente um rebalanceamento freqüente.

As estratégias de administração de investimento que se baseiam somente na correlação não podem garantir um desempenho no longo prazo, porque não há um mecanismo que possa assegurar a reversão do hedge do ativo subjacente. E não há nada que possa evitar que o erro de aderência se comporte, de uma maneira imprevisível, como um passeio aleatório.

Já que uma alta correlação não é suficiente para se garantir o desempenho de longo prazo do hedge, existe a necessidade de que as metodologias usuais de modelagem de risco – retorno sejam ampliadas para se levar em conta as tendências comuns de longo prazo dos preços. Isso é exatamente o que a cointegração proporciona.

A cointegração mede os movimentos conjuntos de longo prazo dos preços que podem ocorrer mesmo ao longo de períodos em que as correlações estáticas pareçam ser baixas. Logo, as metodologias de hedge baseadas em ativos financeiros cointegrados devem ser mais eficientes no longo prazo.

Os ensaios clássicos sobre cointegração, como os de Hendry (1986), Granger (1986) e Engle e Granger (1987), propuseram um teste de cointegração que se baseia em uma regressão de mínimos quadrados simples.

No método de Engle e Granger (1987), simplesmente, é feita a regressão de uma variável integrada contra as outras variáveis integradas e, a seguir, se testa a estacionariedade dos resíduos usando-se o teste de raízes unitárias. Existe uma única situação em que uma regressão entre as variáveis integradas gera resíduos estacionários: quando as variáveis são cointegradas. Ou seja, somente é válido regredir logaritmos de preços contra logaritmos de preços quando estes são cointegrados. Assim, a regressão define a relação de equilíbrio de longo prazo entre esses preços.

Os modelos *de benchmarking* ou os modelos de aderência ao índice, que normalmente são baseados na cointegração, empregam a regressão linear dos logaritmos dos preços. A variável dependente é o logaritmo de índice de preço ou algum outro *benchmark*.

O processo de alocação ótimo usa a análise de regressão de mínimos quadrados: as alocações são feitas de acordo com a regressão de cointegração para assegurar que o portfólio ajustado seja cointegrado com o *benchmark* e que o erro de aderência seja estacionário.

A construção de portfólios, baseada numa relação de cointegração com o *benchmark*, se deve às seguintes características da cointegração: a diferença no preço entre o *benchmark* e a réplica do portfólio é, por construção, estacionária. Além disso, os pesos das ações, estando baseados em grande proporção na história, têm uma estabilidade intensificada. Finalmente, existe um uso completo da informação contida em variáveis tais como os preços das ações.

Acrescenta-se ainda que, a relação de cointegração entre um *benchmark* e um portfólio, contendo todas ou parte de suas ações, é sempre fácil de se achar quando *benchmarks* são

igualmente ponderados, pelo preço ou pela capitalização, porque o *benchmark* é somente uma combinação linear de preços de ações.

O modelo básico de cointegração por um portfólio, compreendendo todas as ações incluídas no *benchmark* num dado momento, é dado pela seguinte regressão:

$$\ln(\text{benchmark } rk_t) = c_1 + \sum_{k=1}^n c_{k+1} \ln(P_{k,t}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde o *benchmark* é construído historicamente baseado em sua composição e pesos atuais, e  $n$  é o número total de ações incluídas no *benchmark*. Todas as variáveis no modelo, com exceção do termo erro, são integradas de ordem um. A especificação do modelo em variáveis de logaritmo natural tem a vantagem que, quando feita a primeira diferença, os retornos esperados no portfólio irão ser iguais aos retornos do *benchmark*, fazendo com que o erro não planejado seja um processo estacionário.

Cabe salientar que, a aplicação do Método de Mínimos Quadrados às variáveis não estacionárias e dependentes tais como  $\ln(\text{benchmark})$  é válida somente no caso especial de uma relação de cointegração.

Os resíduos em (1) são estacionários se, e somente se,  $\ln(\text{benchmark})$  e o portfólio estão cointegrados. Se os resíduos da regressão são não estacionários, os coeficientes estimados através do Método de Mínimos Quadrados não serão consistentes e nenhuma inferência será válida.

Portanto, um teste de cointegração é essencial na construção de portfólios de cointegração ótimos.

A metodologia de Engle-Granger (1986) para o teste de cointegração é, particularmente, atraente nesse sentido em função de sua implementação intuitiva. Além disso, suas bem conhecidas limitações, como problemas de amostra pequena, assimetria no tratamento das variáveis, entre outras, não são efetivas nesse caso.



Alexander e Dimitriu (2002) encontraram evidências de retornos anormais a partir da estratégia de indexação de cointegração, mostrando que o portfólio em questão, compreendendo todas as ações do *benchmark*, produz retornos positivos anormais em certas condições de mercado, mesmo depois de descontados os custos de transação.

A partir daí, Alexander e Dimitriu (2003) resolveram construir subconjuntos de ações dos universos FTSE100, CAC40 e SP100.

Para cada índice, foram obtidos 100 portfólios randômicos, compreendendo um número fixo de ações (50 para FTSE, 25 para CAC e 80 para SP100). Foi determinado, também, um *benchmark* ponderado pelo preço para cada portfólio.

Cada um dos 300 *benchmarks* foi misturado com um portfólio ótimo cointegrado, compreendendo todas as ações incluídas num determinado *benchmark*. Os pesos ótimos foram rebalanceados a cada 10 dias de negociação baseados nos novos coeficientes obtidos por método de mínimos quadrados da regressão de cointegração (1). Foram re estimados através de uma calibração realizada durante um período de 3 anos. Entre os rebalanceamentos, os portfólios tiveram o número de ações mantido constante e avaliados baseados nos preços de fechamento diários das ações.

Os autores obtiveram resultados de evidência de retornos anormais a partir da estratégia de cointegração, com um consistente padrão de variação no tempo através de mercados diferentes.

Entretanto, afirmam que sem um entendimento profundo do mecanismo que produz os retornos anormais, eles não podem excluir a hipótese de que esses retornos anormais são dependentes em função da amostra, apesar destes terem sido identificados em diferentes universos.

Para resolver esse problema, os autores restringiram a análise ao universo DJIA, por razões de espaço. Usaram preços diários de fechamento das 30 ações em DJIA e estimaram o desempenho fora da amostra de um portfólio construído baseado no modelo (1). Obtiveram um retorno anormal de 11,6%, antes dos custos de transação.

Todavia, deve-se salientar a importância dos custos de transação. Estes, estimados para a amostra toda, totalizaram mais do que 2,5%.

Cabe acrescentar, que existe uma variabilidade do excesso de retorno ao longo do tempo, longe de estar sendo acumulado uniformemente ao longo da amostra. Períodos de excessos de retornos estacionários se alternam com períodos nos quais os retornos anormais são consistentemente acumulados. Além disso, o estudo de Alexander e Dimitriu (2003) indica que os períodos nos quais a maior parte dos retornos anormais são acumulados coincidem com as principais crises de mercado durante o período da amostra: Crises da Ásia, da Rússia e o *Crash* Tecnológico.

A questão da variabilidade no tempo no desempenho dos fundos não é novidade. Estudos empíricos têm mostrado que fundos de hedge e fundos mútuos obtêm desempenho melhor em períodos de recessão. Isso está associado à assimetria de informação (SHIN, 2002) e às mudanças nos ambientes de investimentos, de acordo com as fases dos ciclos de negócios (MOSKOWITZ, 2000; KOSOWSKI, 2001).

Para Alexander e Dimitriu (2003), os retornos anormais são gerados por uma estratégia estatística. Tendo sido excluídas outras explicações potenciais para os retornos anormais, o desempenho superior do portfólio cointegrado tem que ser conectado ao sistema de ponderação do portfólio e sua relação com os preços dinâmicos das ações.

Nesse estudo, o Portfólio Cointegrado foi denominado Pc. Este foi criado através da escolha de ações que pertenciam ao Ibovespa desde Janeiro de 1995, que é a data início da amostra, até novembro de 2004. Portanto, no total, a carteira foi composta por doze ações. São elas: ACES4, ARCZ6, BBDC4, CESP4, ELET3, ELET6, PTIP4, ITAU4, ITSA4, KLBN4, LIGH3 e PETR4.

O primeiro passo consistiu em regredir os logaritmos dos preços diários das doze ações contra o logaritmo do Ibovespa diário, obtendo-se os coeficientes da regressão, que são os pesos ótimos ( $w^*$ ).

$$\ln(\text{Ibov}) = \ln(P_1) + \ln(P_2) + \dots + \ln(P_{12}) \quad (2)$$

Os doze pesos ótimos foram normalizados para que a somatória destes correspondesse a 100%, ou seja,  $\sum_n^* w = 100\%$  .

Através da fórmula a seguir, foi obtido o portfólio cointegrado (Pc):

$$\ln(P_c) = \ln(P_1)w_1^* + \ln(P_2)w_2^* + \dots + \ln(P_{12})w_{12}^* \quad (3)$$

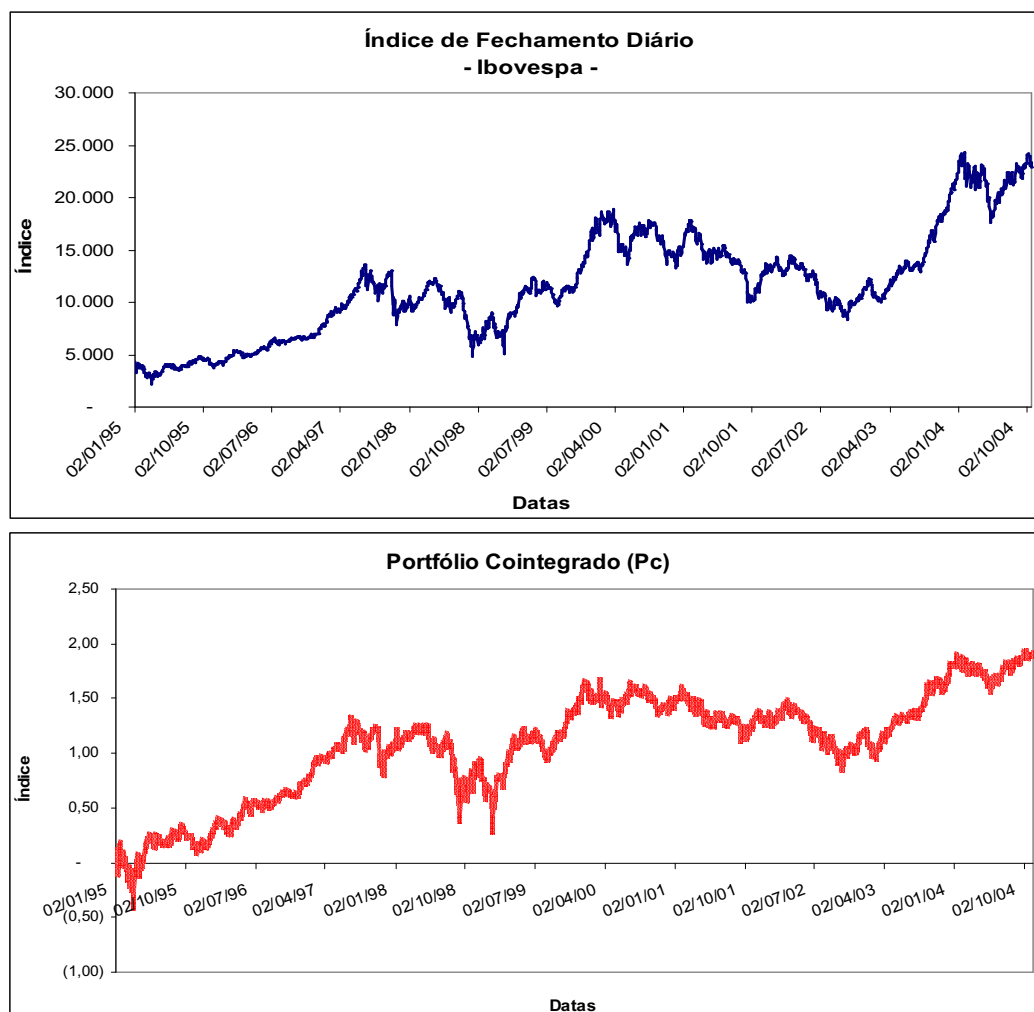
onde

$\ln(P_c)$  = logaritmo do preço do portfólio cointegrado

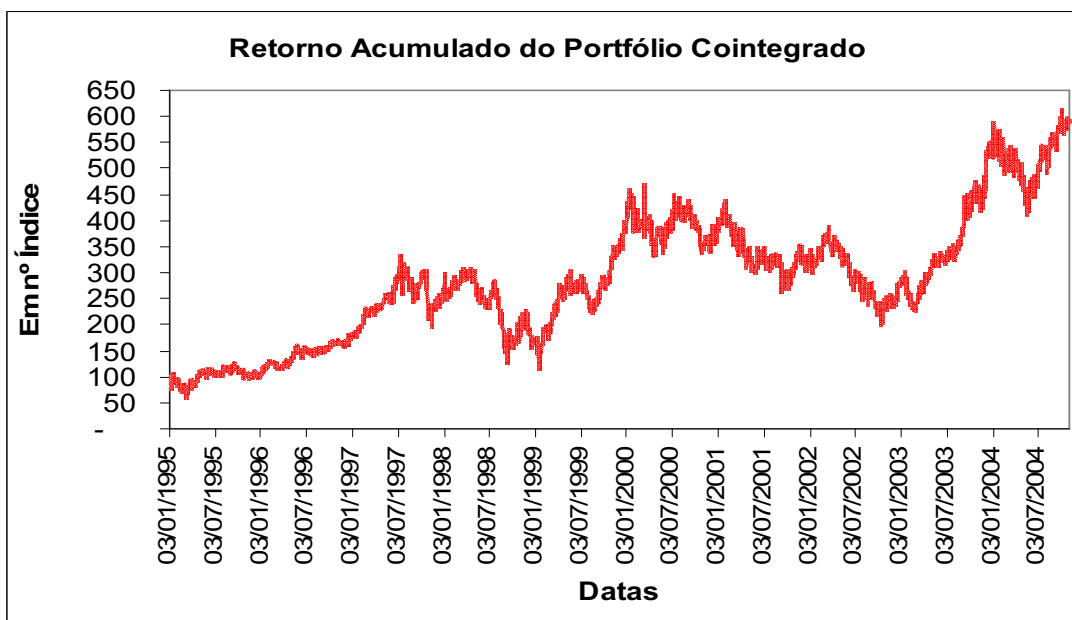
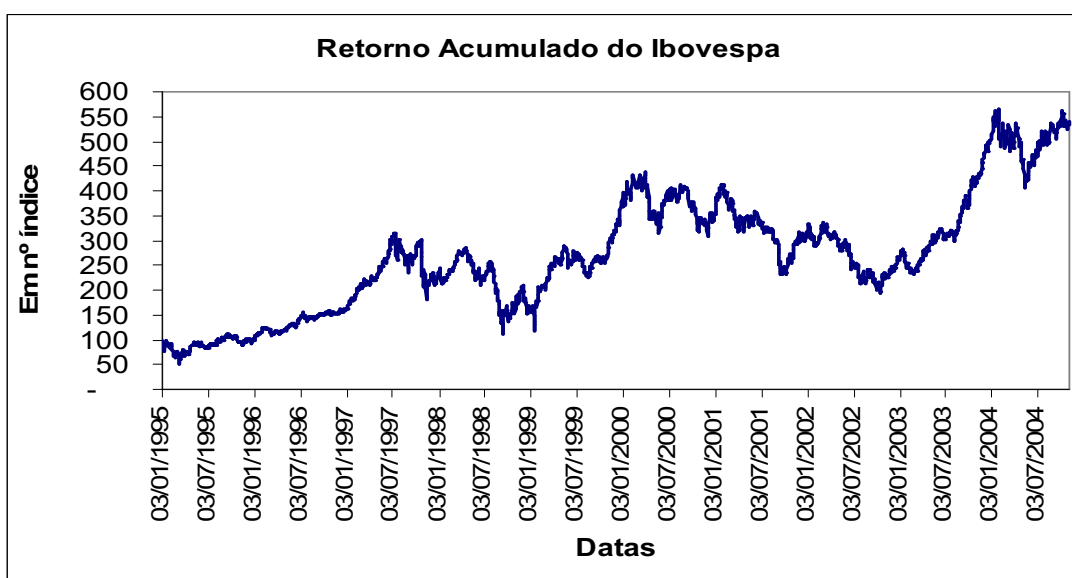
$\ln(P_n)$  = logaritmo do preço da ação n

$w_n^*$  = peso ótimo da ação n

Como o portfólio foi obtido através da estratégia de cointegração, proposta por Alexander e Dimitriu (2003), verificou-se que as trajetórias do Ibovespa e do Portfólio Cointegrado (Pc) são similares, conforme os gráficos a seguir:



Assim como Alexander e Dimitriu (2003), também foram encontradas evidências de retornos anormais a partir da estratégia de indexação de cointegração, mostrando que o portfólio em questão, compreendendo as doze ações do *benchmark*, produz retornos positivos anormais em certas condições de mercado. Esses retornos anormais foram obtidos através da comparação entre o retorno do portfólio de cointegração e o retorno do próprio Ibovespa (não foram descontados os custos de transação).



Como base de comparação, foi criada uma carteira através da técnica de Markowitz, utilizando a mesma amostra. Esse portfólio foi denominado Pm. Na tabela a seguir, podem ser comparados os pesos usados em ambos os portfólios:

Tabela 1. Pesos das ações dos Portfólios (Em %)

Método	BBDC4	PETR4	ACES4	ARCZ6	CESP4	ELET3	ELET6	ITAU4	ITSA4	LIGH3	PTIP4	KLBN4
Cointegração (*)	-2,00%	4,00%	-2,00%	4,00%	-9,00%	-85,00%	120,00%	47,00%	-12,00%	20,00%	13,00%	1,00%
Markowitz (*)	0,40%	-0,03%	0,00%	0,12%	42,44%	15,29%	18,41%	8,77%	8,53%	-0,04%	3,37%	2,74%

(\*) Restrição: a soma dos pesos é igual a 100%.

Segundo o conceito de Portfólios Eficientes (DAMODARAN, 2004), devem-se maximizar os retornos esperados dado um certo desvio padrão. Portanto, para obter os pesos do Pm, o desvio padrão foi fixado em 2,97%, que é o mesmo desvio do Pc. Para esse dado nível de desvio, foi encontrado o maior retorno da carteira.

Cabe salientar que os critérios usados na análise de cointegração, que consistem em maximizar a estacionariedade (e minimizar a variância) do erro de aderência, contrastam com o critério da fronteira eficiente, já que na estrutura de Markowitz, os portfólios baseiam-se na análise média - variância e não há nada que possa garantir que os erros de aderência apresentem reversão à média.

Embora, os portfólios possam ser eficientes, os erros de aderência podem ser passeios aleatórios. Assim, o portfólio de replicação pode se afastar arbitrariamente para longe do benchmark, a menos que ele seja freqüentemente rebalanceado (ALEXANDER, 2005).

Ao se usar a cointegração, é possível planejar as alocações que tenham erros de aderência com reversão à média. De fato, qualquer estratégia de investimento que garanta que os erros de aderência sejam estacionários deve ser baseada na cointegração. Quando os erros de aderência são estacionários, o portfólio fica atado ao índice: ele não pode se afastar para muito longe do índice porque os erros de aderência apresentam reversão à média.

Conforme tabela 4 a seguir, é possível verificar que o portfólio Pm apresenta alguns retornos anormais, que acabam superando os resultados do portfólio cointegrado (Pc) para os anos de 1997, 2000, 2001 e 2003. No entanto, ele apresenta perdas significativas nos demais anos. Com isso, na média, o portfólio cointegrado, denominado Pc, apresenta um retorno médio anual de 10,79%, que é maior do que o retorno médio anual apresentado pelo Pm, de 8,05%.

Cabe destacar que, quando se analisa o período todo (tabela 3), o portfólio cointegrado (178,5%) supera o portfólio criado através de Markowitz (117,81%), além do próprio Ibovespa (170,08%).

Tabela 2. Retornos Anuais do Benchmark (Em %)

Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Período
Ibovespa	-0,46%	49,32%	37,04%	-40,74%	92,40%	-11,34%	-11,68%	-18,64%	67,97%	6,21%	170,08%

Tabela 3. Retornos Anuais de Pc e Pm (Em %)

Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Período
Portfólio Cointegrado (Pc)	2,01%	58,41%	37,37%	-44,17%	86,92%	-6,58%	-17,60%	-12,92%	62,58%	12,47%	178,50%
Portfólio Markowitz (Pm)	-20,03%	39,97%	41,67%	-66,53%	68,02%	28,56%	-9,98%	-40,80%	71,74%	5,18%	117,81%

Tabela 4. Retornos Anormais de Pc e Pm (Em %)

Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Período
Portfólio Cointegrado (Pc)	2,48%	9,09%	0,33%	-3,43%	-5,48%	4,76%	-5,92%	5,72%	-5,39%	6,26%	8,42%
Portfólio Markowitz (Pm)	-19,57%	-9,35%	4,63%	-25,78%	-24,37%	39,89%	1,70%	-22,16%	3,77%	-1,03%	-52,27%

(\*) Retorno Anormal = Retorno da Carteira – Retorno do *Benchmark* (sem considerar custos de transição).

De acordo com a Tabela 5, onde se analisa a estatística descritiva das carteiras, nota-se que as médias dos retornos das três carteiras são próximas a zero, isto é, na média, os valores dos retornos são quase zero. Outro item que merece destaque é o desvio padrão das carteiras, todos acima de 2,5%.

É possível, também, verificar que o maior valor de retorno encontra-se na amostra do Ibovespa, enquanto o menor retorno encontra-se na amostra do portfólio co-integrado.

A assimetria representa o viés em relação aos retornos positivos e negativos e cujo objetivo consiste em indicar como se comportam as dispersões em torno da média. A assimetria acontece quando se tem ocorrência de cauda mais longa em um dos lados da curva e o coeficiente é menor que -1 ou maior que 1.

No caso de uma distribuição com assimetria positiva, é possível afirmar que existe uma alta probabilidade de retornos grandes positivos do que retornos grandes negativos. Nesse sentido, o Ibovespa apresentou coeficiente positivo (0,6085), porém inferior a 1. Já numa curva simétrica, a dispersão abaixo da média e acima da média é exatamente igual. O coeficiente da carteira Pc é bem próximo a zero (-0,05).

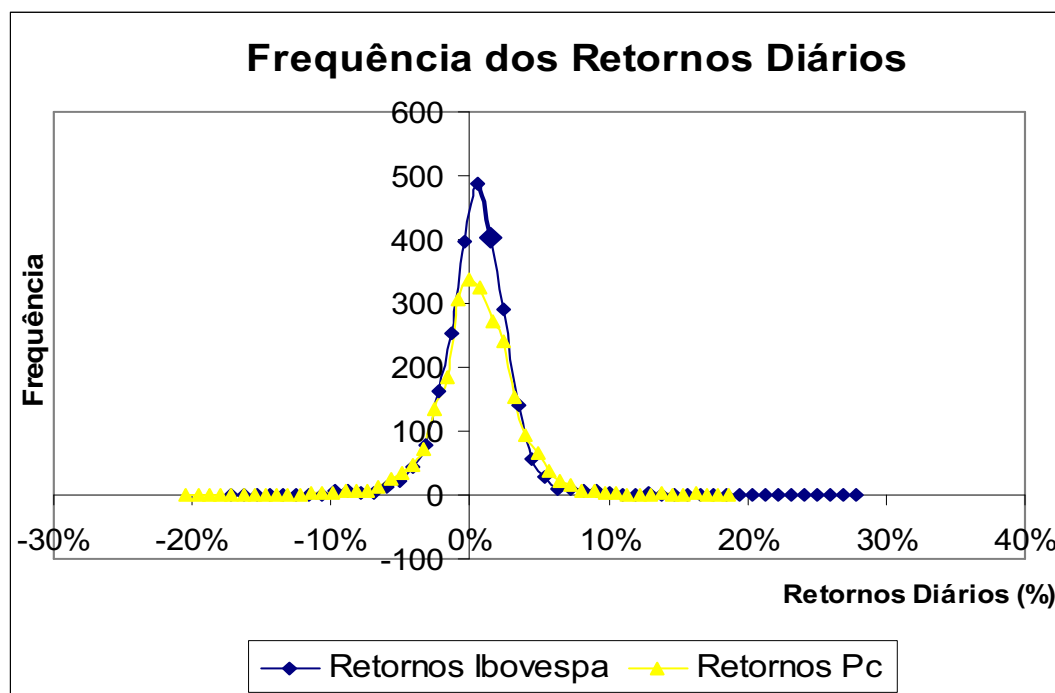
Tabela 5. Estatísticas dos Retornos das Carteiras no período de Janeiro de 2004 a Novembro de 2005

<i>Estatísticas</i>	<i>Retornos Ibovespa</i>	<i>Retornos Pc</i>	<i>Retornos Pm</i>
Média	0,0007	0,0008	0,0005
Erro padrão	0,0005	0,0006	0,0006
Mediana	0,0014	0,0007	(0,0000)
Desvio padrão	0,0255	0,0297	0,02980
Coeficiente de Variação	35,3893	39,2087	60,3014
Variância da amostra	0,0006	0,0009	0,00089
Curtose	13,1595	5,0768	4,32063
Assimetria	0,6085	(0,0532)	0,11845
Intervalo	0,4605	0,3994	0,37012
Mínimo	(0,1723)	(0,2042)	(0,14064)
Máximo	0,2882	0,1952	0,22948
Soma	1,7533	1,8464	1,20351
Contagem	2.435	2.435	2.435
Maior(1)	0,2882	0,1952	0,22948
Menor(1)	(0,1723)	(0,2042)	(0,14064)
Nível de confiança(95,0%)	0,0010	0,0012	0,00118

Outro ponto que merece destaque, diz respeito à curtose, que mede o formato das caudas da distribuição. Ela representa a tendência do preço do investimento de pular para baixo ou para cima. As caudas grossas de uma distribuição indicam curtose alta. Quando o coeficiente é próximo a 3, afirma-se que o formato da curva é normal.

Nesse estudo, para as três carteiras, o coeficiente de curtose foi maior do que três, porém o coeficiente do Ibovespa foi muito maior (13,15) do que os coeficientes das demais carteiras (Pc e Pm).

No gráfico a seguir, a comparação entre as curvas do Ibovespa e Pc, permite verificar que a curva do Ibovespa é mais aguda do que a curva do portfólio de cointegração. Os investidores com aversão ao risco preferem distribuição com curtos e baixa do que alta.



#### 4.2 Índice de Dispersão

Para entender melhor a relação entre o *benchmark* e os pesos dos portfólios baseados no modelo (1), os autores investigaram um exemplo teórico de um caso simples de *benchmark*, computado como a média somente dos preços de duas ações.

Para a construção de um portfólio  $I_t$  a partir de duas ações, de acordo com o modelo (1), é necessário o peso  $W$ :

$$\log(I_t) = w \log(P_{1,t}) + (1 - w) \log(P_{2,t}) \quad (4)$$

Segue que  $w = (\log(1 + a) - \log(2)) / \log(a)$  onde  $a = P_1/P_2$ .

Portanto,  $w > 0,5$  se e somente se  $P_1 > P_2$ . Assim, em (2), a ação com o maior preço terá também um peso maior no portfólio.

A diferença entre os pesos do portfólio no modelo (4) e os pesos do *benchmark*,  $w^* = a / (1 + a)$ , irão aumentar com o *spread* entre os preços das ações. Portanto, uma diferença



significante entre os pesos do benchmark e os pesos do portfólio irá ocorrer quando a dispersão dos preços das ações aumentar.

Esse resultado motivou o estudo de Alexander e Dimitriu (2003) sobre Índice de Dispersão, isto é, o desvio padrão dos preços das ações através de suas médias (que é o *benchmark* ponderado pelo preço), definido como:

$$d_t = \sqrt{\sum_{k=1}^n ((P_{k,t} - I_t) / I_t)^2 / n} \quad (5)$$

Concluiu-se que a dispersão aumentou, substancialmente, no começo da bolha do setor de tecnologia, em função do aumento no preço das ações de tecnologia e o relativo declínio no preço das ações dos outros setores. Porém, durante o *crash* da bolha do setor de tecnologia, essa dispersão caiu.

Tendo em base a descrição acima, o mesmo procedimento foi adotado para esse estudo com ações brasileiras. Primeiramente, os preços das ações foram transformados em número índice, começando por 100. Após isso, aplicou-se o logaritmo para cada um deles. Para obter o benchmark ( $I_t$ ), ponderado pelo preço das ações que compõem o portfólio, a seguinte fórmula foi desenvolvida:

$$(I_t) = \ln(P_1)w_1^* + \ln(P_2)w_2^* + \dots + \ln(P_{12})w_{12}^* \quad (6)$$

onde

$I_t$  = benchmark ponderado pelo preço

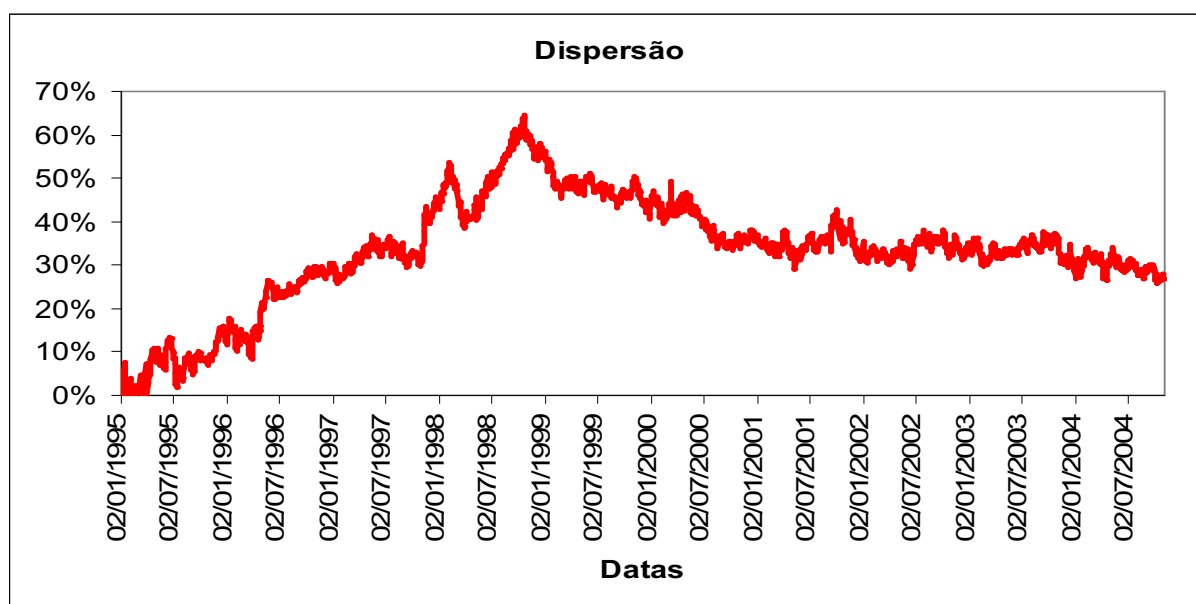
$P_n$  = logaritmo do preço da ação n

$w_n^*$  = peso ótimo da ação n

Finalmente, após a obtenção de  $I_t$ , foi possível encontrar o Índice de Dispersão diário do portfólio em relação ao seu benchmark, aplicando a fórmula descrita por Alexander e Dimitriu (2003).

Para as ações negociadas na Bovespa, o que pode ser verificado é um aumento da dispersão no período de 1998, principalmente no segundo semestre, onde o pico foi de 64,4%. Esse período coincide com a crise da Rússia, caracterizada por alta volatilidade do mercado de ações no Brasil.

Após esse período, há um declínio da dispersão, que volta ao patamar de 30%, conforme pode ser verificado no gráfico a seguir.



### 4.3 Análise Básica de Séries Temporais

A possibilidade de que a dispersão dos preços das ações (5) tenha uma relação significativa com o excesso de retorno observado a partir dessa estratégia de cointegração deve ser analisada.

Desde que a dispersão do preço da ação seja integrada de ordem um, uma especificação básica de estacionariedade relaciona o retorno anormal (RA) à mudança diária na dispersão do preço da ação (DD), incluindo também o retorno anormal defasado e algumas mudanças defasadas na dispersão, juntamente com mudança defasada na dispersão ao quadrado, para se contabilizar assimetrias potenciais:

$$RA_t = \alpha + \beta_1 RA_{t-1} + \beta_2 DD_t + \beta_3 DD_{t-1} + \beta_4 DD_{t-2} + \beta_5 DD_{t-1}^2 + \varepsilon_t \quad (7)$$

onde:

$RA_t$  = Retorno Anormal do Portfólio Cointegrado.

$RA_{t-1}$  = Retorno Anormal Defasado do Portfólio Cointegrado.

$DD_t$  = Dispersão dos preços.

$DD_{t-1}$  = Primeira Defasagem da Dispersão dos preços.

$DD_{t-2}$  = Segunda Defasagem da Dispersão dos preços.

$DD_{t-1}^2$  = Primeira Defasagem da Dispersão dos preços ao quadrado.

Alexander e Dimitriu (2003) obtiveram resultados estimados, baseados na amostra de DJIA a partir de Janeiro de 1992 até Dezembro de 2001. Esses resultados apresentaram que os coeficientes significativos estão associados com a defasagem do excesso de retorno, a primeira defasagem da dispersão dos preços e a mudança defasada na dispersão ao quadrado.

Adicionalmente, existe uma relação muito significativa e negativa entre o retorno anormal e a mudança defasada na dispersão. Então, se houver um aumento na dispersão, existirá uma perda relativa no portfólio comparado com o mercado. A significância da mudança defasada na dispersão ao quadrado indica uma relação não linear: quanto maior a mudança absoluta na dispersão, maior o retorno anormal.

Dada a assimetria no mercado de ações, ou seja, os preços das ações tendem a cair mais rápido do que eles sobem, uma grande mudança na dispersão é mais provável acontecer durante crises de mercado.

Finalmente, o fato de que o excesso de retorno é determinado pela mudança defasada na dispersão indica que a dispersão pode ser um indicador chefe do desempenho dessa estratégia.

Entretanto, em outros estudos, a estabilidade estrutural dessa relação parece ser questionável. Como a amostra é suficientemente grande, um teste de Wald (ANDREWS e FAIR,1998) é válido no caso de erros heterocedásticos serem usados. Nesse estudo, para o período de Outubro de 1992 até Outubro de 2001, a hipótese nula de quebra não estrutural é rejeitada significativamente em 16 de outubro de 2000. Conseqüentemente, duas regressões separadas

foram estimadas, usando amostra antes e depois desse ponto e isto forneceu resultados diferentes.

A partir dessa análise, pode-se concluir que os retornos anormais são o resultado de uma autocorrelação induzido por um *over-lapping* em períodos da amostra.

Assim como Alexander e Dimitriu (2003), foi verificado no estudo com as ações da Bovespa, que os coeficientes significativos estão associados com a defasagem do excesso de retorno e com a primeira defasagem da dispersão dos preços.

No entanto, diferentemente desses autores, o estudo em questão não apresentou coeficiente significativo para a mudança defasada na dispersão ao quadrado, conforme pode ser verificado na tabela 6, que compara os dados da amostra com ações de DJIA com os dados das ações do Ibovespa.

Acrescenta-se ainda o fato de que as demais variáveis também foram significantes, conforme pode ser verificado no quadro comparativo a seguir.

Tabela 6. Dados das Regressões DJIA x Ibovespa

Variáveis	DJIA (Jan - 92 até Dez - 01)				IBOV (Jan - 95 até Dez - 04)			
	Coefficientes	Erro Padrão	Teste t	Valor P	Coefficientes	Erro Padrão	Teste t	Valor P
$\alpha$	-0,00003	0,000033	-0,9485	0,3429	-0,001177	0,0021806	-0,540	0,5891
$RA_{t-1}$	0,071907	0,019675	3,6546	0,0003	0,047940	0,017029	2,815	0,0049
$D_t$	0,001061	0,002336	0,4542	0,6497	-0,065329	0,051670	-1,264	0,2062
$D_{t-1}$	-0,01842	0,002346	-7,8547	0,0000	1,744124	0,070091	24,883	0,0000
$D_{t-2}$	0,004874	0,002368	2,0583	0,0397	-1,666524	0,051671	-32,253	0,0000
$D_{t-1}^2$	0,406344	0,052512	7,7381	0,0000	-0,018695	0,022104	-0,846	0,3977

Tabela 7. Estatística da Regressão com ações do Ibovespa

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,5527
R-Quadrado	0,3055
R-quadrado ajustado	0,3041
Erro padrão	0,0248
Observações	2.433
F	213,5057

Para a variável  $RA_{t-1}$  (Retorno Anormal Defasado), ambos os estudos encontraram o mesmo resultado: coeficientes positivos e significativos

Todavia, enquanto a regressão baseada na amostra de DJIA apresentou uma relação muito significativa e negativa entre o retorno anormal e a mudança defasada na dispersão ( $D_{t-1}$ ), na amostra com ações da Bovespa, os resultados indicam que a relação é positiva, ou seja, se houver um aumento na dispersão, existirá um ganho relativo no portfólio cointegrado ( $P_c$ ) comparado com o mercado.

Alexander e Dimitriu (2003) argumentaram que a significância da mudança defasada na dispersão ao quadrado indica uma relação não linear, entretanto, essa variável não se mostrou significativa para o caso das ações negociadas na Bovespa e, portanto, não é possível afirmar que a relação é não linear com base nesta técnica de análise.

Concluindo, ambos os estudos apontaram para um mesmo fato, ou seja, de que o excesso de retorno foi determinado pela mudança defasada na dispersão, indicando, assim, que a dispersão possa ser um indicador chave do desempenho dessa estratégia.

#### **4.4 Regimes Markovianos de Conversão**

Os modelos denominados de Regimes Markovianos de Conversão provém uma abordagem sistemática para modelar quebras múltiplas e mudanças de regimes na data de geração do processo. Adicionalmente, mudanças de regime são consideradas como sendo governadas por processos estocásticos exógenos, do que serem eventos singulares e determinísticos.

Com o trabalho pioneiro em relação a esses modelos, Hamilton (1989) apresentou a primeira representação estatística formal da idéia de que recessões e expansões econômicas influenciam o comportamento de variáveis econômicas, tais como taxa de juros. O autor demonstrou, ainda, que o resultado de crescimento real poderia seguir uma de duas auto-regressões diferentes, dependendo se a economia estaria se expandindo ou se contraindo, com a mudança entre os dois estágios gerada pelo resultado de uma cadeia de Markov não observada.

A partir de seu estudo, outros surgiram, propiciando uma densa pesquisa na literatura: Hansen (1992 e 1996), Kim (1994), Diebold, Lee e Weinbach (1994), Garcia (1998), Psaradakis e Sola (1998), Clarida, Sarno, Taylor e Valente (2003).

Van Norden e Schaller (1993) analisaram a previsibilidade da mudança de regime do mercado de ações da Bolsa de Toronto no período de 1956 a 1989. Seus resultados confirmaram as evidências de que as explosões de crescimento que antecedem os colapsos resultam do desvio de fundamentos, como sugerido pelo modelo de bolhas.

McQueen e Thorley (1994) encontraram evidências de que a probabilidade de mudança do regime de alta seguida e persistente dos preços das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1927 a 1991, com periodicidade mensal, decresce em função do prazo de duração desta fase.

Van Norden e Schaller (1996) utilizando-se de dados mensais para o mercado norte-americano, no período de 1926 a 1989, de preço e de dividendos não encontraram evidências de que a previsibilidade dos retornos obedecesse a uma relação não linear.

Maheu e McCurdy (2000) encontraram evidências de não linearidade dos retornos mensais das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1834 a 1995. Os autores identificaram o período de maior retorno como sendo os períodos de crescimento (“Bull”) e o período de menor retorno como sendo o período de decrescimento (“Bear”). Ao período de maior crescimento correspondeu a menor volatilidade condicional e ao período de menor crescimento correspondeu a maior volatilidade condicional.

Coe (2002) utilizou-se do regime de conversão markoviano para estudar as crises financeiras e em especial a grande depressão de 1929. Brooks e Katararis (2003) consideraram o regime de conversão markoviano com três fases de bolha.

Cabe salientar que, as aplicações das técnicas de Markov, em finanças, são várias, tais como, a modelagem de retornos estáticos dependentes (PEREZ – QUIROS e TIMMERMANN, 2000) e regimes de volatilidade (HAMILTON e LIN, 1996), a precificação de opções (AINGWORTH, DAS e MOTWANI, 2002), a identificação de crises financeiras (COE, 2002), mercados em alta e em, baixa (MAHEU e MCCURDY, 2000) e bolhas periódicas

(HALL, PSARADAKIS e SOLA, 1999) ou medição de desempenho de fundos mútuos (KOSOWSKI, 2001).

Apesar de sua previsão limitada (DACCO e SATCHELL, 1988), os modelos de Markov têm sido aplicados com sucesso na construção de regras de negociação nos mercados de ações (HWANG e SATCHELL, 1999), mercados de títulos (BROOKS e PERSAND, 2001) e mercados de câmbio (DUEKER e NEELY, 2002).

Os modelos de conversão de Markov, específicos para os excessos de retorno, assumem a presença de uma variável latente (variável não observável), que determina a forma de uma relação linear entre o retorno anormal e a dispersão defasada nos preços das ações.

As vantagens em se usar uma abordagem com variável latente ao invés de um indicador pré-definido foi longamente documentada. Por exemplo, quanto à análise de ciclos de negócios. Nesse caso, o modelo de Markov produz estimativas probabilidades condicionais, que contém informação mais precisa sobre os estados que estão comandando o processo, do que um simples indicador binário de estados, o qual está sujeito a erros significantes. A estimação das probabilidades condicionais de cada estado permite maior flexibilidade em modelar o processo de conversão.

Uma motivação adicional para o uso de uma abordagem com variável latente, nesse caso, é o fato de que não existe um indicador óbvio dos estados dos processos gerando um retorno anormal – o preço de dispersão parece ser o indicador chefe do retorno anormal, mas não se tem prioridade no determinante dos regimes variantes.

No modelo de conversão de Markov de retorno anormal, assume-se que o intercepto, o coeficiente de inclinação da regressão e a variância dos erros são estáticos e dependentes.

Se a variável latente for  $S_t$ , a qual pode assumir 1 de  $K = 2$  valores possíveis (isto é, 1 ou 2), então o modelo de regressão pode ser escrito como:

$$y_t = z_t' \beta_{S,t} + \varepsilon_{S,t} \quad (8)$$

onde

$y_t$  = vetor do excesso de retorno;

$z_t = (1 \ x_t \ x_t^2)$ , a matriz de variáveis explicativas;

$x_t$  = vetor de mudança defasada na dispersão de preços;

$\beta_{S,t} = (\mu_{S,t}, \gamma_{S,t}, \theta_{S,t})$  é o vetor dos coeficientes estáticos e dependentes da regressão;

$\varepsilon_{S,t}$  = vetor dos distúrbios, assumindo uma normal com variância estática e dependente  $\sigma_{S,t}^2$ .

Assume-se que as probabilidades de transição, para os dois estados, seguem uma cadeia de Markov de primeira ordem e que é constante ao longo do tempo:

$$P\{S_t = j \mid S_{t-1} = i, S_{t-2} = l, \dots\} = P\{S_t = j \mid S_{t-1} = i\} = p_{ij} \quad (9)$$

A matriz de probabilidades de transição pode ser escrita como:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix} = (p_{ij}) \quad (10)$$

Sendo  $\xi_t$  uma cadeia de Markov, com  $\xi_t = (1,0)'$  quando  $S_t = 1$  e  $\xi_t = (0,1)'$  quando  $S_t = 2$ , então a expectativa condicional de  $\xi_{t+1}$ , dado  $S_t = i$  é dada por:

$$E(\xi_{t+1} \mid S_t = i) = \begin{pmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \end{pmatrix} = P \xi_t$$

As densidades condicionais de  $y_t$ , assumidas como sendo Gaussian, são coletadas num vetor 2 x 1:  $\eta_{it} = (\eta_{1t}, \eta_{2t})$ , onde  $\eta_{it} = f(y_t \mid S_t = i, z_t; \alpha)$  é a função de densidade normal, na qual os parâmetros  $\alpha$  são condicionais ao estado. Isto é,  $\eta_{it} = [(2\pi)^{1/2} \sigma_i]^{-1} \exp\left(-\left(y_t - z_t' \beta_i\right)^2 / 2\sigma_i^2\right)$ .



As probabilidades condicionais estáticas podem ser obtidas recursivamente:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t}{1' \left( \hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t \right)}$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \hat{\xi}_{t|t}$$

Onde  $\hat{\xi}_{t|t}$  representa o vetor de probabilidades condicionais para cada estado estimado no momento  $t$ , baseado em toda a informação disponível no momento  $t$ , enquanto  $\hat{\xi}_{t+1|t}$  representa uma previsão das mesmas probabilidades condicionais, baseadas na informação disponível no momento  $t$  ao momento  $t + 1$ .

O símbolo  $\otimes$  denota a multiplicação elemento por elemento. O elemento  $i^{\text{th}}$  do produto  $\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t$  pode ser interpretado como a distribuição conjunta condicional de  $y_t$  e  $S_t = i$ . O numerador na expressão (6) representa a densidade do vetor observado  $y_t$  condicional às observações passadas.

Dadas as hipóteses feitas em relação à densidade condicional dos distúrbios, a função logarítmica de probabilidade pode ser escrita como:

$$L(\alpha, P) = \sum_{t=1}^T \log f(y_t | z_t; \alpha; P) = \sum_{t=1}^T \log 1' \left( \hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t \right) \quad (11)$$

Essa abordagem permite a estimação de dois conjuntos de coeficientes da regressão e a variância dos termos residuais, juntamente com um conjunto de probabilidades de transição.

Considerando a complexidade da função logarítmica de probabilidade e o relativo número alto de parâmetros a serem estimados, a seleção de valores iniciais é crítica para a convergência de estimação da probabilidade.

Para reduzir o risco de problemas com o banco de dados, eles não usaram nenhum estado prévio dependente como valor inicial. Ao contrário, eles usaram estimativas não condicionais dos coeficientes da regressão e o erro padrão do termo residual. Adicionalmente, foi arbitrado  $\xi_{1|1}$  igual a  $(1,0)'$ .

Um número de restrições precisa ser imposto nos valores dos coeficientes, para assegurar a consistência com as hipóteses do modelo. As probabilidades de transição foram restringidas a estar entre 0 e 1, enquanto foi imposto um limite não negativo ao desvio padrão dos resíduos em ambos os estados.

Cabe salientar que, nos modelos de Markov, é essencial assegurar uma amostra suficientemente longa para a identificação correta da variabilidade no tempo dos parâmetros. Nesse sentido, por exemplo, Alexander e Dimitriu (2003) cobriram 10 anos de amostra, de 1992 a 2002.

Num modelo de conversão, especificado corretamente, isto é, um modelo no qual toda a variabilidade no tempo dos parâmetros é capturada pelo regime de conversão e, dentro de cada regime, as estimativas do parâmetro são invariáveis no tempo, o uso de tal amostra longa não deve criar nenhuma dificuldade.

Embora o presente estudo não tenha encontrado uma relação não linear entre a dispersão e os retornos anormais, merecem destaque as grandes flutuações na trajetória do Ibovespa. Tais flutuações podem ser causadas pela existência de bolhas especulativas racionais, implicando, portanto, em mudança de regime.

É importante mencionar que o conceito de não linearidade refere-se à mudança de regimes ou estados, o que quer dizer que, algumas propriedades da série de tempo, como por exemplo, a média, a variância e a função de autocovariância são diferentes em razão dos distintos regimes.

Cada um dos regimes gera uma série de observações que pode ser descrita por um processo linear. Entretanto, a combinação ou a somatória destes processos gera uma dinâmica não linear. O processo de transição de um estado para o outro obedece a um processo de Markov.

Para estimação do modelo, utilizou-se o software MSVAR de Hans – Martin Krolzig. Considerou-se a média condicional variável, supondo-se variância condicional igual e constante em cada regime, modelos MSM(M)-AR(p). Foram testados os seguintes modelos: MSM (2) -AR (2) e MSM (3) -AR (2) para periodicidade diária.

Tabela 8. Estimativas dos modelos MSM (M) -Ar (p) para periodicidade diária.

	<b>MSM (2) AR (2)</b>		<b>MSM (3) AR (2)</b>	
Média $\mu_1$ (fase 1)	-0,0010	(-0,1566) *	- 0,0470	(- 10,5216)
Média $\mu_2$ (fase 2)	0,0023	( 0,4772 ) *	0,0014	(2,9328)
Média $\mu_3$ (fase 3)			0,0714	(13,0744)
Prob. Trans. 11	72,32		66,27	
Prob. Trans. 22	74,47		99,31	
Prob. Trans. 33			39,72	
Prob. Não Cond. R1	47,97		4,07	
Prob. Não Cond. R2	52,03		94,0	
Prob. Não Cond. R3			1,93	
Duração Regime 1	3,61		2,96	
Duração Regime 2	3,92		145,08	
Duração Regime 3			1,42	
Observações Regime 1	1167,6		102,3	
Observações Regime 2	1266,4		2283,0	
Observações Regime 3			48,7	
LR <sub>msw</sub> teste	-0,1833		512, 6922	

Obs: \* os parâmetros não são significativos a 5%.

Para ambos os modelos, o primeiro regime possui uma média negativa. No modelo com três regimes, observa-se um primeiro regime com média fortemente negativa e o terceiro regime com média fortemente positiva, todavia, menor em módulo, enquanto no segundo regime, nota-se um número positivo e significante, porém economicamente próximo a zero.

As maiores probabilidades referem-se à permanência nos atuais regimes. Para o modelo com três regimes, por exemplo, a maior probabilidade é de permanecer no regime 2 (99,31%) e a segunda maior probabilidade é de permanecer no regime 1 (66,27%). As menores probabilidades estão relacionadas à transição entre os regimes.

Ainda a respeito do modelo com três regimes, destaca-se novamente o regime 2, já que possui a duração bem superior aos demais regimes, enquanto no outro modelo analisado, as durações de ambos regimes estão bem próximas. O mesmo padrão de comportamento pode ser encontrado ao se analisar o número de observações. Enquanto que para o modelo com três regimes, o número de observações do regime 2 é muito superior aos demais (2.283), no caso do modelo com dois regimes apenas, o número de observações de ambos os regimes é bem próximo.

Cabe destacar que para o modelo de três regimes, MSM (3) AR (2), todos eles mostraram-se significativos, ao contrário do outro modelo, MSM (2) AR (2), cujos regimes não são significativos a 5%.

De acordo com os critérios de informação, a especificação do modelo com 3 regimes, mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas 2 regimes, conforme o teste de diagnóstico de modelos apresentado a seguir (Tabela 9).

Tabela 9. Teste de Diagnóstico de Modelos

<b>Crítérios</b>	<b>MSM (2) AR (2)</b>	<b>MSM (3) AR (2)</b>
AIC	-4,4993	-4,7059
HQ	-4,4932	-4,6955
SC	-4,4826	-4,6773
LogLik.	5.482,6306	5.739,0683

Ao analisar a estatística descritiva dos regimes do modelo MSM (3) AR (2), as médias dos retornos das duas carteiras são negativas para o primeiro regime, próximas a zero para o segundo regime e positivas para o terceiro regime.

Conseqüentemente, para ambas as carteiras, os maiores valores de retorno são encontrados no terceiro regime, enquanto os menores valores encontram-se no primeiro regime.

Tabela 10. Estatísticas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados diários.

Estatísticas	Regime 1		Regime 2		Regime 3	
	Ibovespa	Pc	Ibovespa	Pc	Ibovespa	Pc
Média	-0,0471	-0,0422	0,0014	0,0015	0,0730	0,0601
Erro padrão	0,0033	0,0044	0,0004	0,0005	0,0075	0,0075
Mediana	-0,0426	-0,0408	0,0019	0,0012	0,0649	0,0494
Desvio padrão	0,0343	0,0447	0,0194	0,0253	0,0507	0,0508
Variância da amostra	0,0012	0,0020	0,0004	0,0006	0,0026	0,0026
Curtose	1,6105	1,1507	0,6749	1,9410	7,8868	0,4919
Assimetria	-0,8781	-0,7745	-0,0819	-0,0031	2,4867	0,8454
Intervalo	0,1918	0,2461	0,1527	0,3118	0,2717	0,2320
Mínimo	-0,1723	-0,2042	-0,0683	-0,1562	0,0165	-0,0368
Máximo	0,0195	0,0418	0,0844	0,1556	0,2882	0,1952
Soma	-4,9500	-4,4337	3,3036	3,4568	3,3587	2,7655
Contagem	105	105	2.280	2.280	46	46
Maior(1)	0,0195	0,0418	0,0844	0,1556	0,2882	0,1952
Menor(1)	-0,1723	-0,2042	-0,0683	-0,1562	0,0165	-0,0368
Nível de confiança (95%)	0,0066	0,0086	0,0008	0,0010	0,0150	0,0151

Quanto à assimetria, os coeficientes do Ibovespa e Pc são menores que 1 para os dois primeiros regimes. Para o terceiro regime, os coeficientes são positivos, sendo que para o Ibovespa, o coeficiente apresentado é maior do que 1, indicando uma distribuição com assimetria positiva, o que pode indicar maior probabilidade de retornos grandes positivos do que retornos grandes negativos.

Em relação à curtose, o coeficiente é maior do que 3 apenas para o terceiro regime quando se observa a distribuição do Ibovespa (7,88), indicando curtose baixa nesse regime.

Finalmente, a contagem de observações apresentada na tabela 10 permite identificar que a grande maioria das observações encontra-se no regime 2.

Em termos de comparação dos modelos, foram analisados também os seguintes modelos para a periodicidade mensal, isto é, utilizando retornos mensais do Ibovespa: MSM (2) -AR (2), MSM (2) -AR (3), MSM (3) -AR (2) e MSM (3) -AR (3).

Tabela 11. Estimativas dos modelos MSM (M) -Ar (p) para periodicidade mensal.

	MSM (2) AR (2)	MSM (2) AR (3)	MSM (3) AR (2)	MSM (3) AR (3)
Média $\mu_1$ (fase 1)	-0,3145 (-4,1642)	-0,0721 (-3,2619)	-0,2841 (-5,7360)	- 0,1043 (- 9,6048)
Média $\mu_2$ (fase 2)	0,0290 (2,9617)	0,0528 (4,2402)	0,0227 (2,5124)	0,0354 (7,8246)
Média $\mu_3$ (fase 3)			0,1053 (3,1214)	0,0926 (10,3799)
Prob. Trans. 11	0,00	63,52	0,00	55,62
Prob. Trans. 22	96,32	85,29	96,69	81,73
Prob. Trans. 33			47,21	77,42
Prob. Não Cond. R1	3,55	28,74	4,22	22,47
Prob. Não Cond. R2	96,45	71,26	87,55	54,59
Prob. Não Cond. R3			8,23	22,94
Duração Regime 1	1,00	2,74	1,00	2,25
Duração Regime 2	27,15	6,80	30,25	5,47
Duração Regime 3			1,89	4,43
Obs. Regime 1	4,1	33,1	5,1	26,1
Obs. Regime 2	111,9	81,9	100,6	62,7
Obs. Regime 3			10,3	26,2
LR <sub>msw</sub> teste	14,4662	4,2720	21,4111	16, 0897

Obs: \* os parâmetros não são significativos a 5%.

De acordo com a tabela 11, no caso dos modelos com dois regimes apenas, MSM (2) AR (2) e MSM (2) AR (3), o segundo regime pode ser considerado como um período de crescimento (médias positivas). Para os modelos com três regimes, MSM (3) AR (2) e MSM (3) AR (3), o terceiro regime apresenta média fortemente positiva, porém, menor em módulo em relação ao primeiro regime. No segundo regime, nota-se também um número positivo e significativo.

Assim como para os modelos com periodicidade diária, as maiores probabilidades referem-se à permanência nos atuais regimes, sendo que a maior probabilidade é de permanecer no regime 2 para todos os casos.

Quanto à duração e quanto ao número de observações, destaca-se novamente o regime 2, com números superiores aos demais regimes para todos os modelos analisados, conforme tabela 11.

Todos os modelos com periodicidade mensal mostraram-se significativos a 5%, diferentemente do que foi observado para os modelos que usaram retornos diários, conforme apresentado na tabela 8.

De acordo com os critérios de informação, a especificação do modelo com 3 regimes, mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas 2 regimes, conforme o teste de diagnóstico de modelos apresentado a seguir (Tabela 12).

Tabela 12. Teste de Diagnóstico de Modelos

<b>Critérios</b>	<b>MSM (2) AR (2)</b>	<b>MSM (2) AR (3)</b>	<b>MSM (3) AR (2)</b>	<b>MSM (3) AR (3)</b>
AIC	-1,6195	-1,5180	-1,5931	-1,5338
HQ	-1,5520	-1,4405	-1,4775	-1,4079
SC	-1,4533	-1,3271	-1,3083	-1,2235
LogLik.	100,9287	95,2863	104,4012	101,1951

Quando se observa a estatística descritiva dos três regimes, com retornos mensais, é possível verificar que as médias possuem um comportamento semelhante aos modelos que utilizam dados diários. As médias dos retornos das duas carteiras são negativas para o primeiro regime, por exemplo, e positivas para os outros dois regimes.

Tanto para a série mensal do Ibovespa como para a carteira cointegrada (Pc), os maiores valores de retorno são encontrados no terceiro regime, enquanto os menores valores encontram-se no primeiro regime.

Tabela 13. Estatísticas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados mensais.

Estatística	Regime 1		Regime 2		Regime 3	
	<i>Ibovespa</i>	<i>Pc</i>	<i>Ibovespa</i>	<i>Pc</i>	<i>Ibovespa</i>	<i>Pc</i>
Média	(0,07543)	(0,01982)	0,02602	0,02400	0,08560	0,12168
Erro padrão	0,02683	0,04824	0,01005	0,01078	0,01396	0,04747
Mediana	(0,06885)	(0,05558)	0,02950	0,03451	0,09687	0,08241
Desvio padrão	0,13145	0,23631	0,08104	0,08694	0,06695	0,22767
Variância da amostra	0,01728	0,05584	0,00657	0,00756	0,00448	0,05184
Curtose	3,80886	9,18102	1,34844	1,68906	(0,27569)	17,50672
Assimetria	(1,45727)	2,02389	(0,61342)	(0,91184)	(0,04826)	3,98328
Intervalo	0,60956	1,38087	0,44355	0,46145	0,25748	1,17536
Mínimo	(0,50341)	(0,51040)	(0,24079)	(0,25511)	(0,04200)	(0,06928)
Máximo	0,10614	0,87047	0,20276	0,20635	0,21548	1,10608
Soma	(1,81042)	(0,47579)	1,69140	1,56011	1,96877	2,79866
Contagem	24	24	65	65	23	23
Maior(1)	0,10614	0,87047	0,20276	0,20635	0,21548	1,10608
Menor(1)	(0,50341)	(0,51040)	(0,24079)	(0,25511)	(0,04200)	(0,06928)

No entanto, na análise da assimetria, o comportamento entre as carteiras com retornos mensais e as carteiras com retornos diários diverge. Segundo a tabela 13, os coeficientes para o Ibovespa são menores que 1 nos três regimes, diferentemente do Ibovespa com dados diários, cujo coeficiente é menor que 1 apenas para os dois primeiros regimes.

Para o caso dos retornos diários, o coeficiente do Pc era menor que 1 para os dois primeiros regimes e, para o terceiro regime, o coeficiente era positivo. No entanto, na tabela 13, nota-se que, a assimetria do PC é positiva e maior do que um para o primeiro e terceiro regime, indicando uma distribuição com assimetria positiva, o que pode indicar maior probabilidade de retornos grandes positivos do que retornos grandes negativos.

Quanto à curtose, ao contrário da tabela 10, na qual o coeficiente apresentado pela série diária de retornos do Ibovespa era maior que 3, apenas para o terceiro regime, na tabela 13, a série de retornos mensais do Ibovespa apresentou coeficiente maior que três para o primeiro regime. Cabe acrescentar, que nessa tabela 13, a série de retornos mensais de Pc também apresenta coeficiente maior que três tanto para o regime 1 como para o regime 3.



#### 4.5 Implicações para a Eficiência de Mercado

Tobin *apud* Barone (1990) menciona a classificação que estabelece quatro tipos de eficiência:

- 1) eficiência quanto à informação;
- 2) eficiência quanto ao número de ativos, ou seja, o mercado deve ser completo;
- 3) eficiência quanto à operação e;
- 4) eficiência quanto à avaliação, ou seja, os preços de oferta das ações refletem ou deveriam refletir o valor presente dos seus rendimentos futuros (dividendos).

Neste sentido, o preço da ação deveria ter um valor intrínseco.

De acordo com Jensen (1978), qualquer estratégia de negócio que produza de forma consistente ganho econômico, já descontado o risco, por um período suficientemente longo, considerando os custos de transação, constitui-se em uma evidência contra eficiência de mercado. Este conceito é suficientemente geral para incorporar a taxonomia de Tobin acima citada.

Tradicionalmente a preocupação dos estudiosos quanto à eficiência pode ser traduzida para a hipótese de que o logaritmo natural dos preços das ações comporta-se como uma diferença martingal com respeito a uma filtração. Isto equivale a dizer que o valor esperado do excesso da taxa de retorno é na média igual a zero, considerando uma medida de probabilidade que desconta o prêmio pelo risco, dado um conjunto de informações (históricas, públicas ou privadas).

Ocorre que as evidências empíricas, especialmente a partir da década de sessenta, têm sido pródigas em constatar uma série de fatos estilizados, que deram origem a uma vasta literatura em finanças, tais como: conglomerados de volatilidade, não normalidade dos retornos, assimetria negativa, excesso de curtose, volatilidade estocástica, auto-regressividade dos retornos e da volatilidade, anomalias de mercado relacionadas com a sazonalidade ou com o funcionamento dos mercados, anomalias de mercado relacionadas ao tamanho da empresa e a sua estrutura de capital, processo de reversão para o retorno médio e valores extremos.

Paralelamente a estas constatações, construiu-se uma série de teorias especialmente de natureza econômica sobre a característica não linear dos dados, tais como: modismos, manias e pânico e bolhas especulativas racionais.

No Brasil, Laurini e Portugal (2002) utilizaram-se do regime de conversão markoviano para validar a hipótese de eficiência de mercado com relação à taxa de câmbio nominal (R\$/US\$). Examinaram o período pós-Plano Real até janeiro de 2002, com dados diários e validaram a hipótese de eficiência. Entretanto, o modelo conseguiu identificar períodos em que se obteve ganhos anormais.

Terra e Valadares (2003) também se utilizaram do modelo de mudança markoviano para caracterizar o alinhamento ou não da taxa real de câmbio em uma amostra de 85 países. Para alguns países constataram a existência de dois regimes (tranqüilidade e crise) e para aqueles que apresentaram menor taxa de valorização a persistência foi maior.

Valls Perreira, Hwang e Satchell (2004) aplicaram o regime de conversão markoviano ao modelo de volatilidade estocástica, a fim de analisar o grau de persistência e a dinâmica do processo da volatilidade para índices (S&P500 e FTSE100) do mercado americano em bases diárias e semanais. A desconsideração da presença de regimes governando a volatilidade implicou no aumento da sua persistência.

Alexander e Dimitriu (2003) provaram evidências de consistente desempenho superior a partir da estratégia baseada na cointegração, mesmo após os custos de transação, em diferentes universos de ações e ao longo de diferentes períodos de tempo.

O portfólio cointegrado conseguiu replicar seu *benchmark* na maior parte do tempo e teve desempenho superior a ele em condições especiais de mercado, com maior volatilidade. Tendo identificado o mecanismo que produz os retornos anormais, os autores concluem que, o desempenho superior é específico da amostra somente associado com circunstâncias específicas de mercado, indicando um período transacional para os preços.

Acrescenta-se ainda, que foi encontrado um indicador líder do retorno anormal, o qual se mostrou ser preditivo, somente em um período curto de tempo, dentro de uma abordagem de Markov de conversão.

Entretanto, é importante notar que, o sucesso da estratégia de cointegração em explorar a informação contida nos preços passados das ações e o poder preditivo do modelo de Markov pode ser somente interpretado como evidência contra a hipótese de eficiência de mercado na forma fraca, se e somente se, o retorno anormal não representar um fator de risco pelo prêmio escondido.

Como mostrado por Cochrane (1999), num mundo no qual existem fontes múltiplas de risco nos preços, o portfólio eficiente de mercado multifator não estará na fronteira eficiente de média – variância. Nesse contexto, se no modelo Markov de conversão, for detectado um fator de risco escondido, a ineficiência de mercado não pode ser provada. No entanto, se tal fator de risco escondido não existir, então o modelo de Markov de conversão estará identificando ineficiências na formação dos preços e que poderão ser exploradas pela estratégia de cointegração, porém, somente temporariamente e ocorrendo quando os retornos de mercado são baixos e a volatilidade é alta.

Tais circunstâncias podem indicar um período transacional no mercado, onde os preços das ações estão se movendo para novos níveis de equilíbrio, após períodos turbulentos para o mercado.

Concluindo, os autores encontraram uma medida de dispersão no preço das ações que é um indicador líder do retorno anormal. Além disso, também encontraram que a relação entre o retorno anormal e a dispersão, que não é linear, em função do comportamento assimétrico dos preços das ações, deveria ser modelada com quebras de regime.

Conseqüentemente, uma abordagem Markov de conversão revelou a existência de dois regimes no mercado acionário, com características bem distintas. A maior parte dos retornos anormais esteve associada com o regime caracterizado por alta volatilidade do *benchmark* e baixos retornos.

É importante salientar que os retornos anormais ocorreram somente durante períodos de volatilidade, não sendo possível excluir a presença de um fator de risco escondido, relacionado à incerteza provocada pela transição de preços em relação a um novo equilíbrio, o qual o retorno anormal representaria o prêmio pelo risco. Portanto, os autores não encontraram evidências contra a Hipótese de Eficiência de Mercado.

As implicações para administradores de fundos de ações também são importantes. Foi mostrado que, sem nenhuma seleção de ações, somente através da otimização, o desempenho do *benchmark* pode ser significativamente melhorado em certas condições de mercado. Além disso, a estratégia pode ser implementada para replicar qualquer tipo de ponderação do *benchmark* por valor ou capitalização.

#### **4.6 Beta**

O beta, que consiste na mudança percentual de um preço de um título em relação a uma mudança percentual de um índice de mercado relevante, é uma das medidas mais usadas.

Em estudos empíricos, o valor do beta é obtido através da estimação de uma relação linear entre excesso de retorno de um título e o excesso de retorno de um portfólio de mercado, onde excesso de retorno é o retorno em excesso do retorno de um título livre de risco.

Muitos estudos têm reportado que o beta é instável e essa instabilidade é evidente em muitos mercados diferentes. Foram apontadas tais evidências no mercado acionário norte-americano por Fabozzi e Francis (1977), Chen (1982), Bos e Newbold (1984), French, Schwert e Stambaugh (1987), no mercado acionário australiano por Faff, Lee e Fry (1992), Brooks, Faff e Lee (1994) e Faff e Brooks (1998).

Além disso, está bem documentado por Bollerslev, Engle e Nelson (1994), Campbell, Lo e MacKinlay (1997), que a variância da distribuição dos retornos do portfólio de mercado varia no tempo.

Dois métodos populares sugeridos na literatura para a modelagem de variação na volatilidade de mercado são os processos ARCH e o GARCH (ENGLE, 1982 e BOLLERSLEV, 1986).

Outra abordagem para modelar séries temporais financeiras é a técnica Markov proposta por Hamilton (1989), onde aos parâmetros são vistos como resultado de um processo discreto de Markov. Hamilton e Susmel (1994) modelaram mudanças na volatilidade de mercado como um modelo de conversão de Markov e como modelo ARCH sem variação e reportaram evidências em favor do primeiro.

Recentemente, Huang (2000) modelou o beta como uma cadeia de primeira ordem de Markov, onde foi assumido que o beta varia de um estado para o outro. Em particular, usando os retornos mensais das ações da Microsoft, testou quando o modelo CAPM (*Capital Asset Pricing*) é consistente com a amostra de dois regimes diferentes: estado de risco alto e estado de baixo risco. Huang (2000) mostrou que a amostra do estado de baixo risco foi consistente com o modelo CAPM enquanto a amostra de estado de risco alto não era.

Hess (2003) comparou as especificações do modelo de Markov e reportou que para os retornos mensais de mercado de títulos da Suíça, o movimento de mercado é otimizado pela variação no tempo de primeiro e segundo momentos, incluindo um efeito de memória.

Assoe (1998), na análise de nove séries de retornos de mercados emergentes, mostrou evidência forte de comportamento de regime – conversão. Além disso, observou que, em mercados emergentes, existem dois regimes e concluiu que os modelos de conversão, onde os modelos diferem somente em termos de volatilidade de mercado, descrevem melhor o processo de geração de retornos quando os retornos são expressos em dólares do que quando são expressos em moeda local.

Outras aplicações dos modelos de Markov para modelar retornos de mercado estão disponíveis em Schwert (1989), onde dois estados da variância são modelados, em Turner, Startz e Nelson (1989), onde a média e a variância separadamente e conjuntamente são consideradas diferindo entre dois regimes, e em Hamilton e Susmel (1993), onde mudanças na volatilidade são modeladas.

Um número de estudos tem examinado a associação entre mudanças gerais nas condições de mercado e a instabilidade do beta. Isso é geralmente feito através da classificação das condições de mercado em diferentes fases, baseada em alguma arbitrariedade escolhida de valores de retorno do portfólio de mercado. A abordagem comum consiste em classificar os movimentos de mercado como de alta e de baixa e capturar os efeitos diferentes dessas duas fases no beta.

Poucos estudos consideram várias fases de mercado, incluindo duas altas e duas baixas (GOODING e O'MALLEY, 1977), e nove fases em termos de três níveis de ambas as médias

e desvios padrão de retornos de mercado (FAFF e BROOKS, 1998). Em geral, aparece haver alguma evidência de diferença no beta em mercados de alta e de baixa.

Os estudos que consideram o fenômeno de conversão de Markov para capturar instabilidade de parâmetro no processo de geração de retorno do título e do portfólio de mercado, examinam a variação no risco beta e a variação na volatilidade de mercado. Entretanto, não é examinada a associação entre os estados de risco beta e os regimes de volatilidade de mercado.

Galagedera e Shami (2003) modelam o processo de geração de retornos do mercado e do título como processos de conversão de Markov e investigam a associação entre regimes de volatilidade de mercado e de estados associados ao beta risco.

O objetivo dos autores é classificar os títulos de acordo com a probabilidade de um título estar num particular estado de risco, dado que o mercado está num regime particular de volatilidade. Tal informação pode ser usada como uma ferramenta de diagnóstico e incorporada na construção de portfólios e modelos de alocação de ativos.

Foram considerados dois regimes de volatilidade de mercado e dois estados de risco beta. Os títulos foram classificados em dois grupos baseados na probabilidade condicional do título estar num estado de risco alto (baixo), dado que o mercado está num regime de volatilidade alto (baixo).

As informações foram capturadas usando-se dados diários, enquanto estudos anteriores usaram dados mensais. Uma razão em favor de se usar dados mensais consiste no fato de que existe maior probabilidade de mais distúrbios em frequências mais altas que podem prejudicar o isolamento de variações cíclicas e, conseqüentemente, obscurecem a análise dos momentos que comandam o comportamento de conversão (HESS, 2003). Além disso, a não disponibilidade de dados de alta frequência é outra razão para se usar dados mensais. Nesse estudo, como é investigada a sobreposição dos estados de risco de títulos com regimes de volatilidade de mercado na linha do tempo, foram preferidos, portanto, dados de alta frequência.

Numa amostra de retornos de trinta títulos do Dow Jones e com o índice S&P 500 como uma *proxy* para o portfólio de mercado, foram identificados três grupos distintos de títulos: (i) os títulos com alta probabilidade de estarem no estado de risco baixo, dado que o mercado está num regime de baixa volatilidade, (ii) os títulos com alta probabilidade de estarem num estado de alto risco, dado que o mercado está num regime de alta volatilidade, (iii) outros títulos.

O presente estudo, assim como Galagedera e Shami (2003), também modelou o processo de geração de retornos do mercado e das ações como processos de conversão de Markov, conforme pode ser verificado no item 4.7, sobre a especificação do modelo. Porém a investigação foi realizada em relação à associação entre os betas das ações e os estados associados a eles. Com isso, por meio do estabelecimento dessa associação, analisou-se a estratégia de alocação dessas ações pelo portfólio cointegrado.

#### 4.7 Especificação do Modelo

O processo de geração de retornos do portfólio de mercado é:

$$r_{mt} = \mu_m + (\sigma_{m1}S_{mt} + \sigma_{m2})\varepsilon_t \quad (12)$$

Onde  $r_{mt}$  é o retorno do portfólio de mercado em excesso à taxa livre de risco,  $\mu_m = E(r_{mt})$ ,  $S_{mt}$  é uma variável binária não observada que identifica no qual dos dois regimes o mercado se encontra no momento t ( $S_{mt} = 1$  para o regime de alta volatilidade e  $S_{mt} = 0$  para o regime de baixa volatilidade), e  $\varepsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N(0,1)$  onde  $\Phi_{t-1}$  é a informação do momento t-1.

No modelo (12), é assumido que mudanças nos regimes podem somente afetar a volatilidade da distribuição dos retornos de mercado e que não existe variação na média. Estudos têm mostrado que o comportamento de conversão nos retornos do portfólio de mercado podem ser, primeiramente, atribuídos à variação na volatilidade (Assoe, 1998; Hess, 2003). Em outras palavras, é assumido que os retornos de mercado vêm de duas distribuições que diferem somente nas suas variâncias. No modelo (12), os regimes são caracterizados por  $\sigma_{m2}$  e  $(\sigma_{m1} + \sigma_{m2})$  onde  $\sigma_{m2} < (\sigma_{m1} + \sigma_{m2})$ .

Assume-se também que  $S_{mt}$  segue uma cadeia de Markov de ordem um com probabilidades de transição constantes onde:

$$P(S_{mt} = 1 | S_{m,t-1} = 1) = p_{m11}, \quad (13)$$

$$P(S_{mt} = 0 | S_{m,t-1} = 1) = 1 - p_{m11}, \quad (14)$$

$$P(S_{mt} = 0 | S_{m,t-1} = 0) = p_{m00} \quad (15)$$

e

$$P(S_{mt} = 1 | S_{m,t-1} = 0) = 1 - p_{m00} \quad (16)$$

Quando o modelo é estimado, a probabilidade de se estar em qualquer regime que é variante no tempo, pode ser estimado como  $P(S_{mt} = 1) = p^1_{mt}$  e  $P(S_{mt} = 0) = (1 - p^1_{mt}) = p^0_{mt}$ . Quando não existe variação na volatilidade de mercado, o modelo (12) se reduz a um modelo de regime simples dado como:

$$r_{mt} = \mu_m + (\sigma_m)\varepsilon_t \quad (17)$$

Assume-se que o processo de geração de retornos do título  $i$  tem a seguinte forma:

$$r_{it} = (\alpha_{i1}S_{it} + \alpha_{i2}) + (\beta_{i1}S_{it} + \beta_{i2})r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (18)$$

Onde  $r_{it}$  é o retorno do título  $i$  em excesso ao retorno do ativo livre de risco,  $S_{it}$  é uma variável binária não observada que identifica no qual dos dois estado de risco o título se encontra no momento  $t$ , e  $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_i^2)$ .

No modelo (18), assume-se que mudanças nos regimes de risco podem somente afetar o intercepto e o coeficiente de inclinação e que não existe variação na volatilidade. Além disso, as probabilidades de transição são assumidas como não variantes no tempo e que  $S_{it}$  varia entre 1 e 0, de acordo com uma cadeia de Markov de ordem um, onde:



$$P(S_{it} = 1 | S_{i,t-1} = 1) = p_{i11}, \quad (19)$$

$$P(S_{it} = 0 | S_{i,t-1} = 1) = 1 - p_{i11}, \quad (20)$$

$$P(S_{it} = 0 | S_{i,t-1} = 0) = p_{i00} \quad (21)$$

e

$$P(S_{it} = 1 | S_{i,t-1} = 0) = 1 - p_{i00}. \quad (22)$$

Quando o modelo é estimado, a probabilidade de estar em qualquer regime que é variante no tempo, pode ser estimado como  $P(S_{it} = 1) = p^1_{it}$  e  $P(S_{it} = 0) = (1 - p^1_{it}) = p^0_{it}$ .

Quando não há variação no termo intercepto, o modelo (18) se reduz a:

$$r_{it} = \alpha_i + (\beta_{i1}S_{it} + \beta_{i2})r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (23)$$

E quando não há variação, o modelo (18) se reduz ao modelo de mercado, dado como:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (24)$$

Nesse estudo, assumiu-se que não há variação e, portanto, utilizou-se a equação 24 para estimação dos betas das ações negociadas na Bovespa.

#### 4.8 Estimação

O retorno observado no momento t é dado por  $y_t$ , cuja distribuição é denotada como  $f$ , e  $\Phi_t$  denota a informação no momento t, onde  $\Phi_t = (y_1, y_2, \dots, y_t)$ ,  $y_t = r_{mt}$  no modelo (12) e  $y_t = r_{it}$  nos modelos (18) e (23). A distribuição dos retornos é determinada pela variável  $S_{it}$ .

Seguindo o procedimento de Hamilton (1989) para filtrar, o algoritmo iterativo usa um valor de entrada no momento t,  $P(S_t | \Phi_t)$ , que será desenvolvido através do uso do teorema de Bayes no valor de saída no momento t+1,  $P(S_{t+1} | \Phi_{t+1})$ . Para se ter a interação, o

procedimento precisa de um valor inicial  $P(S_1 | \Phi_1)$ . Esse valor fica igual à probabilidade não condicional  $P(S_1)$ , que possui dois elementos dados por  $P(S_1 = 1) = \pi_0$  e  $P(S_1 = 0) = 1 - \pi_0$ , onde  $\pi_0 = (1 - p_{00}) / (2 - p_{00} - p_{11})$  é a probabilidade limite do processo de Markov.

Os seguintes passos interativos são seguidos:

Entrada:  $P(S_t | \Phi_t)$

Passo I:  $P(S_{t+1}, S_t | \Phi_t) = P(S_{t+1} | S_t)P(S_t | \Phi_t)$

Passo II:  $P(S_{t+1} | \Phi_t) = \sum_{S_t=0}^1 P(S_{t+1}, S_t | \Phi_t)$

Passo III:  $f(y_{t+1}, S_{t+1} | \Phi_t) = f(y_{t+1} | S_{t+1}, \Phi_t)P(S_{t+1} | \Phi_t)$

Onde  $f(y_{t+1} | S_{t+1}, \Phi_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\hat{e}_{t+1}^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\sigma$  é o desvio padrão do erro e  $\hat{e}$  é o erro estimado do modelo que está sendo estimado.

Passo IV:  $f(y_{t+1} | \Phi_t) = \sum_{S_{t+1}}^1 f(y_{t+1}, S_{t+1} | \Phi_t)$

Passo V (saída):  $P(S_{t+1} | \Phi_{t+1}) = \frac{f(y_{t+1}, S_{t+1} | \Phi_t)}{f(y_{t+1} | \Phi_t)}$

Passo VI: provém as distribuições condicionais para o cálculo da função probabilidade

$L = \prod_{t=1}^T f(y_{t+1} | \Phi_t)$  onde T é o tamanho da amostra.

Os autores usaram séries de preços diários de trinta títulos do índice Dow Jones. Os dados cobriram o período de 2 de janeiro de 1990 até 23 de Maio de 1996, consistindo de 1619 observações para cada título. Os retornos diários foram calculados como a mudança no

logaritmo dos preços de fechamento de dias sucessivos. O retorno do Índice S&P 500 (Standard and Poor's 500 Index) é usado como Proxy do retorno de portfólio de mercado e o retorno da Treasury Bill de 1 mês é usada como Proxy do retorno do ativo livre de risco.

Primeiramente, o modelo (12) foi estimado para os retornos do S&P 500. A volatilidade estimada mostra que a volatilidade no regime de alta volatilidade é menor que duas vezes a volatilidade no regime de baixa volatilidade. As estimativas das probabilidades de transição são altas, indicando que os dois regimes são fortemente persistentes, sendo o regime de baixa volatilidade mais persistente do que o regime de alta volatilidade.

Depois, os demais modelos foram estimados para cada título na amostra. As observações, claramente, indicam que o comportamento de conversão é inconsistente entre os títulos e, em muitos deles, um estado persiste através da maior parte do período da amostra.

#### **4.9 Regimes de Volatilidade de Mercado e Estados de Risco dos Títulos**

Galagedera e Shami (2003) também investigaram a associação entre regimes de volatilidade de mercado e estados de risco dos títulos. Para cada título, foi examinada a sobreposição nos períodos de tempo, onde o mercado está num regime de volatilidade e o título está num estado de risco.

Para distinguir o regime de alta volatilidade (estado de risco) do regime de baixa volatilidade (estado de risco), inicialmente, foi determinada uma probabilidade de 0,5. Após isso, foram contados os números de dias em que o título esteve nos estados de alto risco e de baixo risco, quando o mercado esteve nos regimes de volatilidade alta e baixa.

Baseando-se nesses números de dias, quatro probabilidades foram computadas: (i) o título está num estado de risco alto e o mercado está num regime de alta volatilidade, (ii) o título está num estado de risco baixo e o mercado está num regime de alta volatilidade, (iii) o título está num estado de risco alto e o mercado está num regime de baixa volatilidade e (iv) o título está num estado de risco baixo e o mercado está num regime de baixa volatilidade.

As probabilidades foram estimadas com os modelos (9) e (20). Elas foram baseadas em 1618 estimativas das quais 1207 (74,6%) correspondem aos dias nos quais o mercado foi classificado como estando num regime de baixa volatilidade. Essas probabilidades, claramente, indicam que os títulos podem ser classificados em três grupos: (A) alta probabilidade de estarem num estado de risco alto, dado que o mercado está num regime de volatilidade alta; (B) alta probabilidade de estarem num estado de risco baixo, dado que o mercado está num regime de volatilidade baixa, (C) os títulos que não pertencem aos grupos (A) e (B).

O título que pertence ao grupo (A) tem a propriedade de que há uma sobreposição substancial nos períodos que são marcados pelo estado de risco alto do título e pelo regime de alta volatilidade do mercado. Entretanto, um título que pertence ao grupo (B) tem a propriedade de que há uma sobreposição substancial nos períodos que são marcados pelo estado de risco baixo o título e pelo regime de baixa volatilidade do mercado. Na análise deles, o *benchmark* para a alta probabilidade foi determinado arbitrariamente como sendo igual a 0,95.

De acordo com a amostra do estudo, cinco títulos pertencem ao grupo (A), vinte títulos ao grupo (B) e os outros cinco, pertencem ao grupo (C). Os títulos que apresentaram forte evidência de comportamento de conversão pertencem ao grupo (C). Os outros dois títulos que pertencem ao grupo (C) apresentam freqüentes mudanças de regimes. Entretanto, estes não foram classificados como tendo um comportamento de regime de conversão.

Em geral, observou-se uma associação notável entre regimes de volatilidade de mercado e estados de risco de títulos. A natureza da associação permite a identificação clara de três clusters de títulos: (i) aqueles com alta probabilidade de persistirem em estado de risco alto indiferente das mudanças nos regimes de volatilidade, (ii) aqueles com alta probabilidade de persistirem em estado de risco baixo indiferente das mudanças nos regimes de volatilidade e (iii) aqueles que apresentam alta probabilidade de uma associação positiva entre os estados de risco e os regimes de volatilidade de mercado.

Em todos os títulos da amostra, o padrão de variação no risco beta é altamente não provável de ser idêntico ao padrão de variação na volatilidade de mercado. É também altamente improvável que os estados de risco dos títulos variem completamente no oposto aos regimes

de volatilidade de mercado. Ou seja,  $P(S_{mt} = 1) = P(S_{it} = 1)$  para todo  $t$  e  $P(S_{mt} = 1) = 1 - P(S_{it} = 1)$  para todo  $t$  são cenários altamente improváveis.

#### 4.10 Associação de Grupos com Medidas de Desempenho Econômico

##### (i) Beta Constante

Foi investigado o beta constante dos títulos através de três grupos para qualquer associação entre beta e os grupos. Isso foi feito pelo Teste F, que consiste na hipótese nula de média igual contra a alternativa de que pelo menos uma média seja diferente.

$H_0$ : Média constante do beta dos títulos do grupo (A), Média constante do beta dos títulos do grupo (B) e Média constante do beta dos títulos do grupo (C).

$H_A$ : Pelo menos, uma das médias é diferente das outras.

Revelou-se que a hipótese nula de médias iguais não pode ser rejeitada ao nível de significância de 1%. Isso sugere que não existe diferença na média constante do beta dos três grupos identificados pelos modelos (9) e (20).

Um Teste F da hipótese nula de médias iguais através de três grupos identificados pelos modelos (9) e (15) contra a hipótese alternativa de, pelo menos, uma das médias ser diferente das outras médias também falhou em rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 1%. Assim, parece que o beta constante sozinho pode não ser capaz de capturar as características bases dos títulos que pertencem aos diferentes grupos.

##### (ii) Índice de Sharpe

Sharpe (1966) sugeriu que o desempenho histórico de um título pode ser calculado como o excesso de retorno ganho ajustado ao risco por unidade em relação ao risco total.

Simbolicamente, o Índice de Sharpe pode ser escrito como:  $S_i = \left( \bar{R}_i - \bar{R}_f \right) / \sigma_i$

Onde

$\bar{R}_i$  = retorno médio do título.

$\bar{R}_f$  = retorno médio do ativo livre de risco.

$\sigma_i$  = desvio padrão dos retornos do título.

Um valor alto para  $S_i$  indica que o título possui um desempenho superior para os seus níveis de risco total, medido por  $\sigma_i$ .

Foi construída uma análise com o Índice de Sharpe similar à análise realizada acima. Os resultados do teste F com a média dos índices de Sharpe dos grupos identificados com os modelos (9) e (20) e com os grupos identificados pelos modelos (9) e (15) revelou que não existe diferença na média dos índices de Sharpe através dos grupos, ao nível de significância de 1%.

Na amostra utilizada, existe evidência de que o Índice de Sharpe não está associado com os grupos de títulos identificados através das características comportamentais do beta do título e da volatilidade de mercado de conversão de Markov.

Resumindo-se, o estudo de Galagedera e Shami (2003) encontrou forte comportamento do regime de conversão em três títulos dos trinta títulos do Índice Dow Jones. Nesses três títulos, o estado de risco baixo parece ser mais persistente do que o estado de risco alto.

Além disso, uma amostra de retornos diários do Índice S&P 500, usado como *proxy* do portfólio de mercado, revelou forte comportamento do regime de conversão, com regime de baixa volatilidade sendo mais persistente do que o regime de alta volatilidade.

Quando os autores estimaram para cada título, a probabilidade deles estarem no estado de risco alto (baixo), dado que o mercado está num regime de volatilidade alto (baixo). Baseado nas estimativas, foi proposta uma classificação de títulos em três grupos distintos: (A) alta probabilidade de estarem num estado de risco alto, dado que o mercado está num regime de volatilidade alta; (B) alta probabilidade de estarem num estado de risco baixo, dado que o mercado está num regime de volatilidade baixa, (C) outros títulos.

Esses grupos não estão associados com o beta constante estimado no modelo de mercado e com o Índice de Sharpe.

#### 4.11 Resultados Encontrados para Ações negociadas na Bovespa

Assim como Galagedera e Shami (2003), os retornos do mercado e das ações foram modelados como processos de conversão de Markov.

Foram utilizados modelos do tipo MSM(M)-AR(p), isto significa que a média condicional é variável, supondo-se variância condicional igual e constante em cada regime. As informações foram capturadas usando-se retornos mensais.

Conforme apresentado anteriormente nesse estudo, embora todos os modelos com retornos mensais se mostrem significativos a 5%, de acordo com os critérios de informação, a especificação do modelo com 3 regimes, mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas 2 regimes.

A partir da separação dos retornos das ações em três regimes, foram calculados os betas das 12 ações para cada um dos três regimes, utilizando-se a equação 24, de Galagedera e Shami (2003).

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (24)$$

Onde:

$r_{it}$  = Retorno esperado do ativo i

$r_{mt}$  = Retorno esperado do portfólio de mercado

$\beta_i$  = Beta do ativo i

O Ibovespa foi utilizado como *proxy* para o portfólio de mercado.

Tabela 14. Betas dos Retornos das Carteiras nos três regimes com dados mensais.

**BETAS - Retornos Mensais**

Ações	Regime 3	Regime 2	Regime 1
BBDC4	0,79	0,92	0,87
PETR4	1,05	0,86	1,43
ACES4	0,97	0,90	0,75
ARCZ6	1,48	0,51	0,54
CESP4	1,17	0,71	1,12
ELET3	1,36	1,22	1,28
ELET6	1,23	1,18	1,24
ITAU4	0,98	0,72	1,03
ITSA4	0,82	0,92	0,63
LIGH3	(0,24)	1,09	0,81
PTIP4	0,15	0,76	0,66
KLBN4	0,54	0,38	0,70

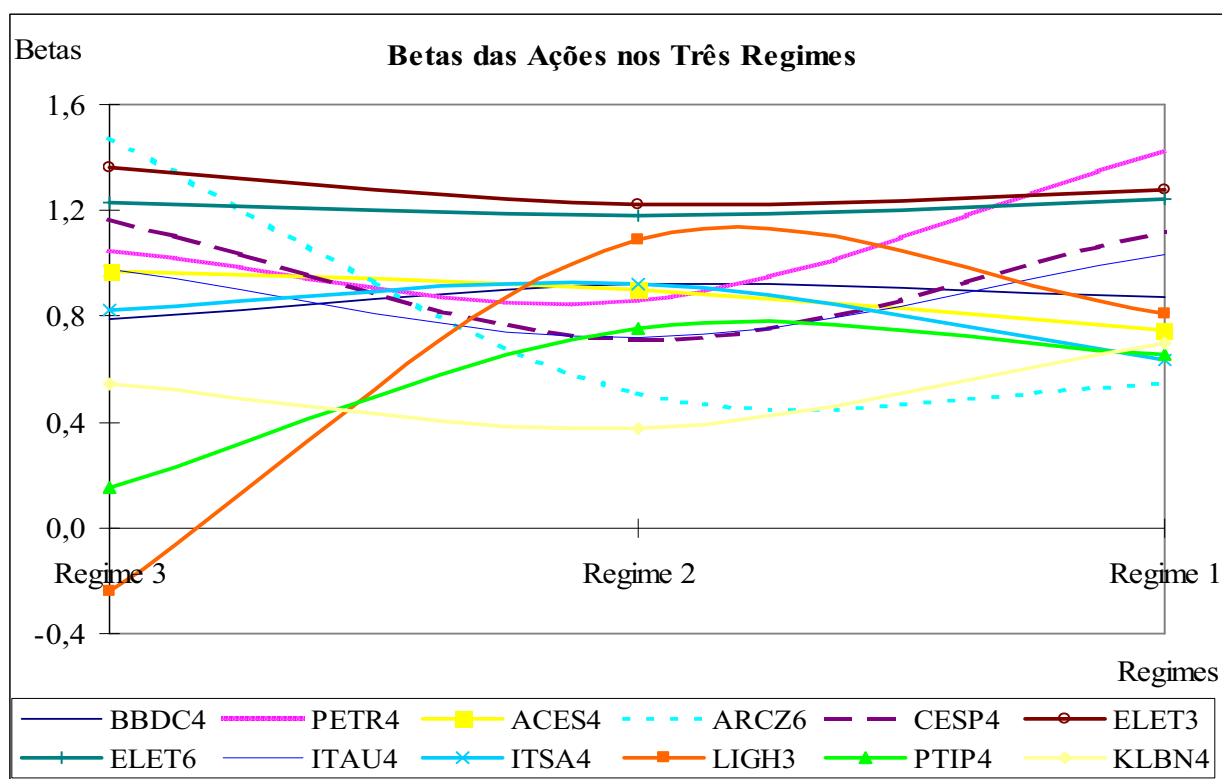
Em vez de associarmos os betas das ações com as volatilidades de mercado, como fizeram Galagedera e Shami (2003), a proposta do trabalho é associar a trajetória dos betas com a estratégia de alocação dessas ações para o portfólio cointegrado.

Para que a trajetória dos betas seja analisada e possa ser associada à alocação dos ativos dentro do portfólio construído segundo a estratégia de cointegração, primeiramente, construiu-se um gráfico.

Partindo-se do regime 3, que apresenta o menor risco (isto é, a menor variância) para o regime com maior risco, que é o regime 1, a trajetória dos betas dessas ações não se aproxima de uma reta, isto é, uma constante. A única exceção trata-se da ação Itau4.



No gráfico a seguir, portanto, é possível notar que a relação entre os betas das ações e os regimes é não linear.



Verificou-se que, enquanto para algumas ações, o beta aumenta conforme for ficando mais arriscado, para outras ações, essa relação é inversa, ou seja, o beta diminui num regime de maior risco. Desse modo, é possível notar três tipos de trajetórias distintas para o beta quando o risco se eleva, isto é, quando se passa de um regime para outro que é mais arriscado: o beta da ação que sobe, que fica constante ou que desce.

No entanto, nem todas as ações partem de um mesmo nível para o beta. Existem ações cujos betas são maiores do que um, menores ou próximos de um. Conseqüentemente, existem três classificações para os betas:

Tabela 15. Classificação dos Betas

Classificação	Nível do Beta , onde regime $i = 1, 2, 3$
c = acima	para ações com $\text{Beta} > 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$
m = média	para ações com $\text{Beta} \cong 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$
a = abaixo	para ações com $\text{Beta} < 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$

De acordo com a classificação dos betas acima, podem-se encaixar essas ações em 9 quadrantes diferentes, conforme quadro a seguir:

Tabela 16. Classificação das Ações

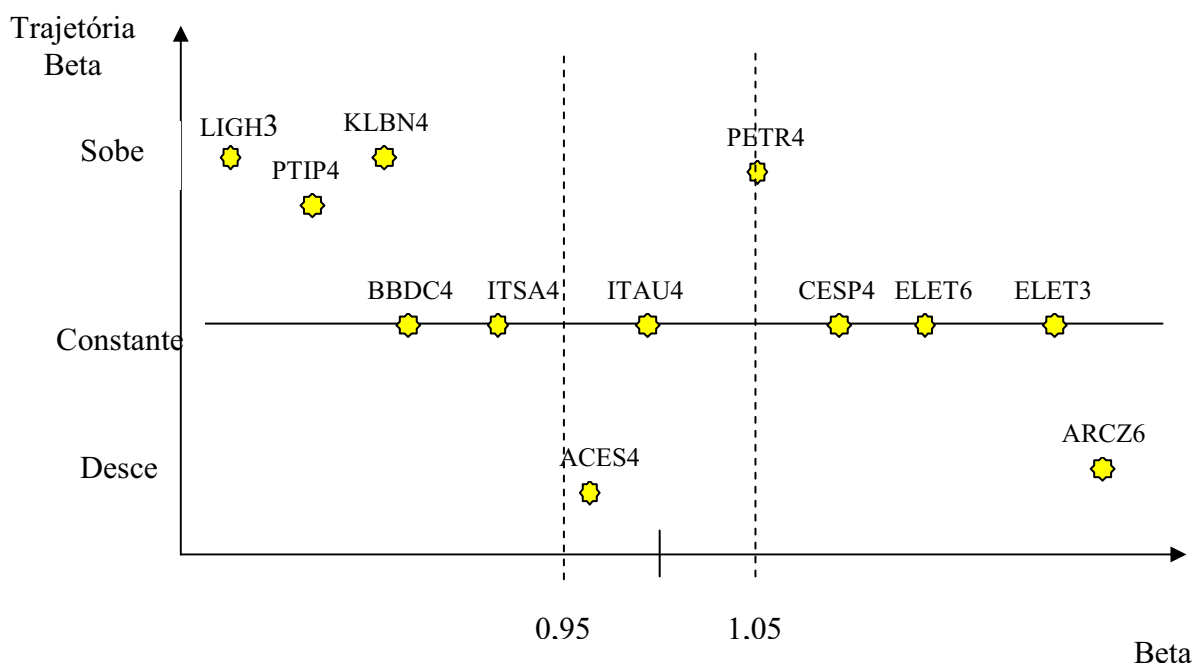
Nível do beta	Trajetória do Beta		
	sobe	constante	desce
c = acima	cs	cc	cd
m = média	ms	mc	md
a = abaixo	as	ac	ad

Obedecendo a esses critérios, as ações foram classificadas:

Grupos	sobe	constante	desce
c = acima	-	CESP4 ELET3 ELET6	ARCZ6
m = média	PETR4	ITAU4	ACES4
a = abaixo	LIGH3 PTIP4 KLBN4	BBDC4 ITSA4	-

Portanto, dos nove quadrantes possíveis, é possível classificar as ações em sete grupos distintos, denominados como:

1. cc: ações com  $\beta > 1$  e trajetória constante
2. cd: ações com  $\beta > 1$  e trajetória decrescente
3. ms: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória ascendente
4. mc: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória constante
5. md: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória decrescente
6. as: ações com  $\beta < 1$  e trajetória ascendente
7. ac: ações com  $\beta < 1$  e trajetória constante



Das ações cujos betas começaram abaixo de 1, a maioria desses betas subiram ou se mantiveram constante, sendo a única exceção ACES4, cujo beta passou de 0,97 para 0,75.

O mesmo padrão de comportamento pode ser verificado para ações com betas acima de 1, sendo a única exceção ARCZ6, já que seu beta teve trajetória descendente.

Quando se analisam os portfólios construídos nesse estudo, Pc (portfólio cointegrado) e Pm (portfólio de markowitz), observam-se comportamentos distintos na alocação dessas ações:

Ações	Pc	Pm	Grupos
BBDC4	-	+	ac
PETR4	+	-	ms
ACES4	-	0	md
ARCZ6	+	+	cd
CESP4	-	+	cc
ELET3	-	+	cc
ELET6	+	+	cc
ITAU4	+	+	mc
ITSA4	-	+	ac
LIGH3	+	-	as
PTIP4	+	+	as
KLB4	+	+	as

Onde :

+ significa compra

- significa vende

0 significa não alocação no portfólio

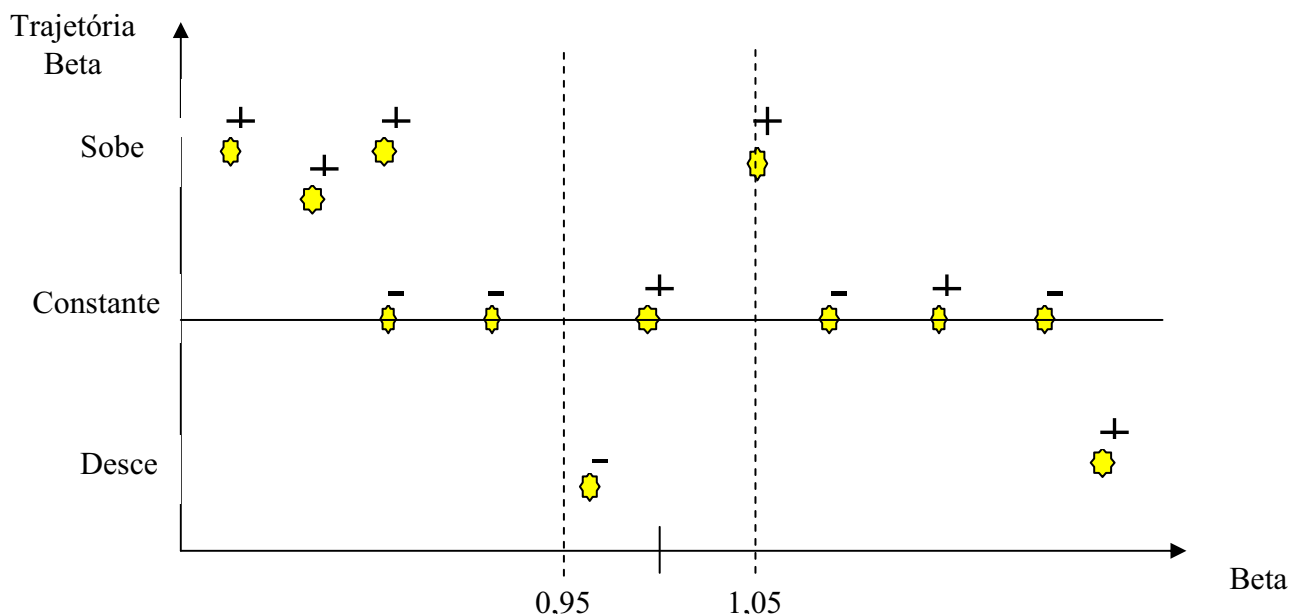
O portfólio cointegrado alocou todas as ações que foram classificadas como “as”, isto é, possuem betas acima de 1 e que sobem quando o risco aumenta.

Nota-se também que ele compra PETR4, classificada como “ms” (trajetória de beta ascendente), enquanto o Pm, vende essa ação.

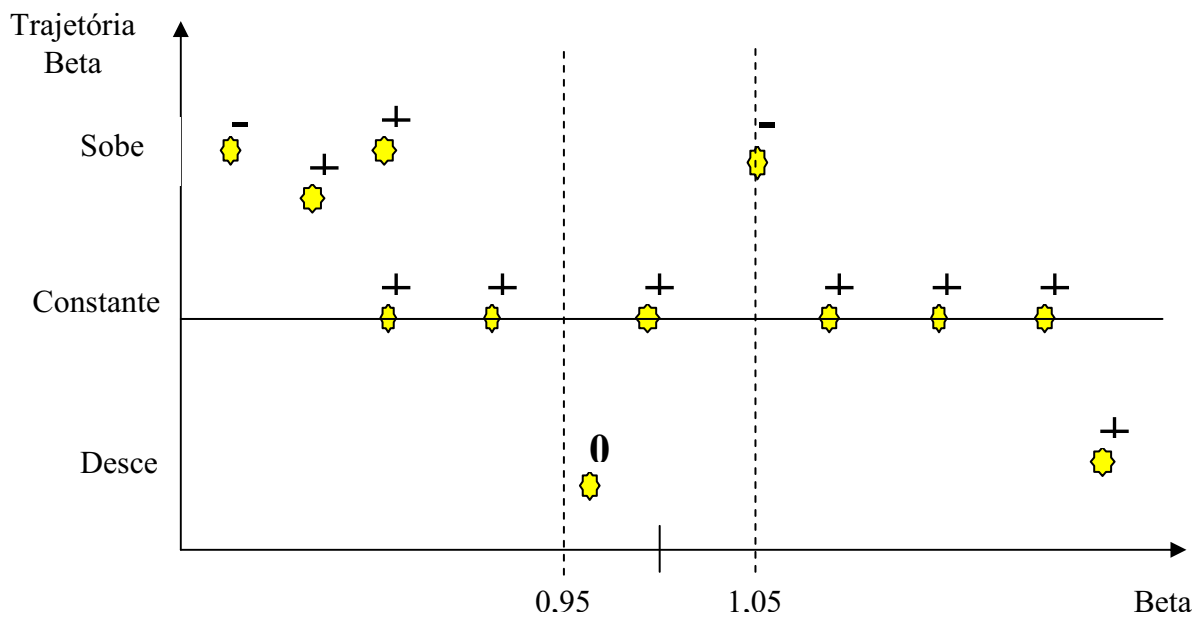
Enquanto Pm compra todas as ações com betas que permanecem constantes, classificadas como “ac”, “cc” e “mc”, o portfólio cointegrado (Pc) vende a ação BBDC4 e ITSA4, classificadas como “ac”, vende CESP4 e ELET3, classificadas como “cc”. Só não vende ITAU4, que se manteve constante e que o beta de início era próximo a 1.

As estratégias de alocação das ações nos portfólios Pc e Pm podem ser observadas, conforme os gráficos a seguir:

#### Estratégia de Alocação no Portfólio Cointegrado (Pc)



### Estratégia de Alocação no Portfólio Markowitz (Pm)



Conclui-se, portanto, que o portfólio cointegrado (Pc) consegue um maior retorno que o Pm, conforme já foi apresentado anteriormente, através da compra de ações cujos betas sobem quando se passa para um regime com maior risco. Entretanto, o portfólio cointegrado (Pc) consegue manter um nível de risco no mesmo patamar que o risco do portfólio de Markowitz (Pm).

## 5 CONCLUSÃO

A partir das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo, que compõem o IBOVESPA, foi possível a criação de um portfólio cointegrado, primeira proposta do presente trabalho, denominado de Pc. Após a construção desse portfólio cointegrado (Pc), foram apurados os retornos anormais (retornos do portfólio cointegrado – retornos do IBOVESPA) derivados dessa estratégia de cointegração.

Para fins de comparação, foi construído também um portfólio, chamado Pm, adotando o modelo de Markowitz e fixando um risco igual ao do portfólio Pc. Pode ser verificado que o retorno do Pm é menor que o retorno obtido pela estratégia de cointegração. Conseqüentemente, o portfólio cointegrado possui um menor coeficiente de variação em relação ao portfólio Pm.

Acrescenta-se ainda que o portfólio cointegrado conseguiu replicar seu *benchmark* na maior parte do tempo e teve desempenho melhor em condições especiais de mercado, com maior volatilidade.

Cabe salientar que o sucesso da estratégia de cointegração em explorar a informação contida nos preços passados das ações não pode ser somente interpretado como evidência contra a hipótese de eficiência de mercado na forma fraca, se e somente se, o retorno anormal não representar um único fator de risco pelo prêmio escondido.

Outra proposta do estudo, consistiu na criação de um Índice de Dispersão para as ações da Bovespa, para a análise de sua relação com os retornos anormais do portfólio cointegrado (Pc).

Merece destaque, o fato de que a variável  $RA_{t-1}$  (Retorno Anormal Defasado) apresentou coeficiente positivo e significativo. Já a variável  $D_{t-1}$  (Dispersão Defasada), na amostra com ações da Bovespa, mostrou resultados, indicando que a relação entre essa variável e o retorno anormal é significativa, mas positiva, ou seja, se houver um aumento na dispersão, existirá um ganho relativo no portfólio cointegrado (Pc) comparado com o mercado.

Pode-se concluir que o excesso de retorno foi determinado pela mudança defasada na dispersão, indicando, assim, que a dispersão possa ser um indicador chave do desempenho dessa estratégia.

Alexander e Dimitriu (2003) argumentaram que a significância da mudança defasada na dispersão ao quadrado indica uma relação não linear, entretanto, essa variável não se mostrou significativa para o caso das ações negociadas na Bovespa e, portanto, não foi possível afirmar que a relação é não linear com base nesta técnica de análise.

Não obstante esse resultado, notam-se grandes flutuações na trajetória do Ibovespa, que podem derivar de mudanças de regimes, e, portanto, o processo de geração de retornos do mercado e dos títulos foram modelados como processos de conversão de Markov.

Foram encontradas evidências de diferentes regimes no mercado acionário. A especificação do modelo com 3 regimes mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas 2 regimes.

Tendo o número de regimes do mercado acionário bem como seus períodos definidos, os betas das ações foram calculados através do modelo CAPM para cada regime. De acordo com a trajetória dos betas, foi elaborada uma classificação dessas ações em nove grupos distintos, sendo possível, dessa maneira, estabelecer uma associação entre a trajetória dos betas e a estratégia de alocação dessas ações para o portfólio cointegrado.

Em resumo, a estratégia de cointegração para alocação de ativos, que consiste em comprar ações cujos betas aumentam, quando se passa para um regime mais arriscado, permitindo obter um retorno maior do que o portfólio de mercado (Ibovespa) e que o portfólio construído através de Markowitz ( $P_m$ ), sem aumentar, no entanto, seu nível de risco.

Concluindo, essas informações podem ser usadas como uma ferramenta de diagnóstico e incorporada na construção de portfólios e modelos de alocação de ativos.

## REFERÊNCIAS

AINGWORTH, D.; DAS, S.R.; MOTWANI, R. (2002). *Pricing Equity Options with Markov Switching State Variables*. Working Paper, <http://scumis.scu.edu/~srdas/research.htm>.

ALEXANDER, C. (1999). *Optimal hedging Using Cointegration*. Philosophical Transactions of the Royal Society, A 357, 2039 – 2058.

ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. (2002). *The Cointegration Alpha: enhanced index tracking and long-short market neutral strategies*. Discussion paper 2002 – 08, ISMA Discussion Paper Series in Finance.

ALEXANDER, C. (2004). *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*. São Paulo: John Wiley.

ALEXANDER, S. (1964). *Price Movements in Speculative Markets: trends or Random Walks*. Nº 2, Industrial Management Review 5, 25 - 46.

ANDREWS, D. (1993). *Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point*. Econometrica 61, 821 – 856.

ANDREWS, D.; FAIR, R. (1988). *Inference in Nonlinear Econometric Models with Structural Change*. Review of Economic Studies 60, 615 – 639.

ASSOE, K. G. (1998). *Regime – switching in emerging stock market returns*. Multinational Finance Journal, 2, 101 – 132.

BARROS, A. J. P.; LEHFELD, N. <sup>a</sup> de S. (1986). *Fundamentos de Metodologia: um guia para a iniciação científica*. São Paulo: Makron Books.

BOLLERSLEV, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heterocedasticity*. Journal of Economics, 31, 307 – 327.



BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; NELSON, D. B. (1994). *ARCH models*. In Engle, R. F. e McFadden, D. Handbook of Econometrics, Vol IV, North-Holland, Amsterdam, 2959 – 3038.

BOS, T.; NEWBOLD, P. (1984). *An empirical investigation of the possibility of stochastic systematic risk in the market model*. Journal of Business, 57, 35 – 41.

BROOKS, R.; FAFF, R.; LEE, J. (1994). *Beta stability and portfolio formation*. Pacific – Basin Finance Journal, 2, 463 – 479.

BROOKS, C.; PERSAND, G. (2001). *The Trading Profitability of Forecasts of the Gilt-Equity Yield Ratio*. Journal of International Forecasting 17, 11 – 29.

CAMPBELL, J.Y.; LO, A.W.; MACKINLAY, A.C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

CARHART, M. (1997). *On Persistence in Mutual Fund Performance*. Journal of Finance 52, 57 – 82.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. (1996). *Metodologia Científica*. São Paulo: Makron Books.

CHEN, S. N. (1982). *An examination of risk – return relationship in bull and bear markets using time – varying security betas*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 17, 265 – 286.

CLARIDA, R. H.; SARNO, L.; TAYLOR M.P.; VALENTE, G. (2003). *The Out-of-Sample Success of Term Structure Models as Exchange Rate Predictors: A Step Beyond*. Journal of International Economics 60, 61 – 83.

COE, P. (2002). *Financial Crisis and the Great Depression: a Regime Switching Approach*. Journal of Money, Credit and banking 34, 76 – 93.

DACCO, R.; SATCHELL, S. (1999). *Why do Regime Switching Models Forecast so Badly?*. Journal of Forecasting 18, 1 – 16.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks: Sage.

DUECKER, M.; NEELY, C. J. (2001). *Can Markov Switching Models Predict Excess Foreign Exchange Returns?*. Working paper 2001 – 021 B, Federal Reserve Bank of St. Louis.

GALAGEDERA, D. e SHAMI R. (2003). *Association between Markov regime – switching market volatility and beta risk: Evidence from Dow Jones industrial securities*. Department of Econometrics and Business Statistics.

GARCIA, R. (1998). *Asymptotic Null Distribution of the Likelihood Ratio Test in Markov Switching Models*. *International Economic Review* 39, 763 – 788.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; DAS, S.; HLAVKA, M. (1993). *Efficiency with Costly Information: A Reinterpretation of Evidence from Managed Portfolios*. *Review of Financial Studies* 1, 1 – 22.

ENGLE, R.F. (1982). *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation*. *Econometrica*, 50, 122 – 150.

ENGLE, R.F.; GRANGER, C. W. J. (1987). *Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*. *Econometrica* 55, 251 – 276.

FABOZZI, F. J.; FRANCIS, J.C. (1997). *Stability tests for alphas and betas over Bull and bear market conditions*. *Journal of Finance*, 32, 1093 – 1099.

FAFF, R.; BROOKS, R.D. (1998). *Time – varying beta risk for Australian industry portfolios: an exploratory analysis*. *Journal of Business Finance and Accounting*, 25, 721 – 745.

FAFF, R.; LEE, J.; FRY, T. (1992). *Time stationarity of systematic risk: some Australian evidence*. *Journal of Business Finance and Accounting*, 19, 253 – 70.

FAMA E.; BLUME, M. (1966). *Filter Rules and Stock Market Trading*. Journal of Business 39, Issue 1, 226 – 241.

FERREIRA, R. A. (1998). *A Pesquisa científica nas ciências sociais*. Pernambuco: Universitária.

FRENCH, K.R.; SCHWERT, G.W.; STAMBAUGH, R.F. (1987). *Expected stock returns and stability*. Journal of Financial Economics, 19, 3 – 30.

GIL, A. C. (1994). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.

GODOY, A. S. *Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades*. (1995). ERA EASP / FGV, v. 35, n. 2, p. 57 – 63.

GOODING, A.; O'MALLEY, T. (1977). *Market phase and the stationarity of beta*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 12, 883 – 857.

HALL, S.G.; PSARADAKIS, Z.; SOLA, M. (1999). *Detecting Periodically Collapsing Bubbles: A Markov Switching Unit Root Test*. Journal of Applied Econometrics 14, 143 – 154.

HAMILTON, J.D. (1989). *A new approach to the economic analysis of nonstationarity time series and the business cycle*. Econometrica, 57, 357 – 384.

HAMILTON, J.D.; LIN, G. (1996). *Stock Market Volatility and the Business Cycle*. Journal of Applied Econometrics, Volume 11, Issue 5, 573 – 593.

HAMILTON, J.D.; SUSMEL, R. (1994). *Autoregressive conditional heterocedasticity and changes in regime*. Journal of Econometrics, 64, 307 – 333.

HANSEN, B.E. (1992). *The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP*. Journal of Econometrics 7, S61 – S82.

HANSEN, B.E. (1992). *Erratum: The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP*. Journal of Econometrics 11, 195 – 199.

HESS, M.K. (2003). *What drives Markov regime – switching behavior of stock markets in Swiss case*. International Review of Financial Analysis, 153, (in press).

HUANG, H-C. (2000). *Tests of regimes – switching CAPM*. Applied Financial Economics, 10, 573 – 578.

HWANG, S.; SATCHELL, S. (2001). *Tracking Error: Ex-Ante versus Ex-Post Measures*. Journal of Asset Management Vol. 2, N° 3, 241 – 246.

HWANG, S.; SATCHELL, S. (2001). *The Disappearance of Style in US Equity Market*. Financial Econometrics Research Centre Working Paper, Cass Business School.

JENSEN, M. C. (1968). *The Performance of Mutual Funds in the Period 1955 – 1964*. Journal of Finance 23, 389 – 416.

KERLINGER, F. N. (1980). *Metodologia da Pesquisa em Ciências Sociais*. São Paulo, EPU / EDUSP.

KERLINGER, F. N. e LEE, H. B. (2000). *Foundations of Behavioral Research*. 4<sup>th</sup> Ed. California: Thomson-Learning.

KIM, C.J. (1994). *Dynamic Linear Models with Markov Switching*. Journal of Econometrics 60, 1 – 22.

KOCHE, J. C. (1997). *Fundamentos de metodologia científica*. Rio de Janeiro: Vozes.

KOSOVISKI, R. (2001). *Do mutual funds perform when it matters most to investors? US mutual fund performance and risk in recessions and booms 1962 – 1994*. Working Paper Financial Market Group, London School of Economics.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. (1986). *Metodologia Científica*. São Paulo: Atlas.

LAKONISHOK, J.; VERMAELEN, T. (1990). *Anomalous Price Behavior Around Repurchase Tender Offers*. Journal of Finance 45, N° 2, 455 – 477.

MAHEU, J. M.; MCCURDY, T. H. (2000). Identifying Bull and Bear Markets in Stock Returns. Journal of Business and Economic statistics 18 – 1, 100 – 112.

PEREZ – QUIROS, G.; TIMMERMANN, A. (2000). *Firm size and cyclical variation in stock returns*. Journal of Finance 50, 1229 – 1262.

PSARADAKIS, Z.; SOLA, M. (1998). *Finite – Sample Properties of the Maximum Likelihood Estimator in Autoregressive Models with Markov Switching*. Journal of Econometrics 86, 369 – 386.

RICHARDSON, R. J. (1989). *Pesquisa Social: métodos e técnicas*. São Paulo: Atlas.

SANTOS, J. A.; PARRA F°, D. (1998). *Metodologia Científica*. São Paulo: Futura.

SHARPE, W.F. (1966). *Mutual fund performance*. Journal of Business, 39, 119 – 138.

SCHWERT, G.W. (1989). *Business cycles, financial crisis and stock volatility*. Carnegie – Rochester Conference Series on Public Policy, 31, 83 – 126.

SPROULL, N. (2002). *Handbook of Research Methods: a guide for practitioners and Students in the Social Sciences*. 2<sup>nd</sup> Ed. London: Scarecrow Press.

TRIVIÑOS, A. N. S. (1987). *Introdução à Pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. São Paulo: Atlas.

TURNER, C.M.; STARTZ, R.; NELSON, C.R. (1989). *A Markov model of heterocedasticity, risk and learning in the stock market*. Journal of Financial Economics, 25 ,3 – 22.

VERGARA, S. C. (1998). *Projetos e relatórios de pesquisa em administração*. 2 ed. São Paulo: Atlas.