

PROJETO DE UM CÂMBIO COM ENGRENAGENS DE DENTES HELICOIDAIS A SER UTILIZADO NO PROJETO BAJA

Resumo:

O projeto de pesquisa destinou-se a projetar um câmbio (Redutor de velocidade) na Universidade Presbiteriana Mackenzie. O redutor escolhido para esse projeto, foi um redutor helicoidal com 2 pares de engrenagens, disponível na Universidade Presbiteriana Mackenzie. O redutor foi dimensionado pelos critérios de pressão e resistência á flexão no pé do dente e não atendeu a potência máxima necessária para a aplicação no projeto Baja. Um novo redutor foi projetado para que atendesse os requisitos exigidos de torque e potência para sua utilização.

Palavras – chave: Engrenagens, critério de pressão, critério de resistência.

1.Introdução

Entre as diversas formas de transmissão de potência mecânica, as engrenagens são as mais robustas, duráveis e as mais utilizadas para se obter grandes reduções de transmissão. Sua eficiência na transmissão de potência chega a ser da ordem de 0,98%. Os custos de fabricação das engrenagens aumentam significativamente com o aumento da precisão, conforme exigido pela combinação das altas velocidades e altas cargas, e baixos níveis de ruídos.

Redutores de velocidade são máquinas empregadas, para se obterem grandes reduções de transmissões sem a necessidade de recorrer a engrenagens de grandes diâmetros ou motoras de poucos dentes.

Entre as diversas formas de transmissão de potência, os redutores com engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais são muito utilizados, destacando-se por apresentarem redução de ruído e vibrações e suportarem maiores esforços, quando comparados as engrenagens cilíndricas de dentes retos.

1.1. Justificativa

Devido a problemas na importação do CVT da firma Americana CVTech AAB, fornecedora exclusiva para esse projeto, não foi realizado neste projeto ensaios experimentais. Desta forma far-se-á neste projeto um estudo teórico, dimensionando o redutor disponível no laboratório da Universidade Presbiteriana Mackenzie, pelos critérios de pressão e resistência á flexão no pé do dente, verificando se o mesmo atende os requisitos de torque e potência para a utilização no projeto Baja.

Assim, justifica-se a qualquer tempo, a investigação, seja ela teórica ou prática, de novas possibilidades que visem a melhoria da qualidade dos projetos de máquinas, particularmente os redutores com engrenagens de dentes helicoidais.

2. Referencial teórico

2.1. Dimensionamento de Engrenagens cilíndricas de dentes Helicoidais

Segundo STIPKOVIC (2001), o dimensionamento das engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais poderá ser feito por dois principais critérios, o critério de pressão (pitting) e o critério de resistência.

Convém sempre, entretanto, analisar preliminarmente qual o critério de cálculo e qual o de verificação, isto é, através das características de natureza geométricas da engrenagem ou do pinhão pode-se, a priori, determinar qual o critério de cálculo. Nos casos por exemplo, em que o dente apresentar alto índice de adelgaçamento do dente no engastamento da coroa é, sem dúvida, interessante fixar-se como critério de cálculo o critério de resistência, fazendo-se a seguir uma verificação pelo critério de pressão.

2.1.1. Dimensionamento pelo critério de pressão

Esse cálculo leva em conta pressão máxima determinada no contato entre os flancos dos dentes de duas engrenagens (1) e (2) e ainda, sua duração ou vida expressa em horas efetiva de trabalho.

A Figura 1 ilustra a distribuição de pressão no flanco dos dentes de um par de engrenagens de dentes helicoidais.

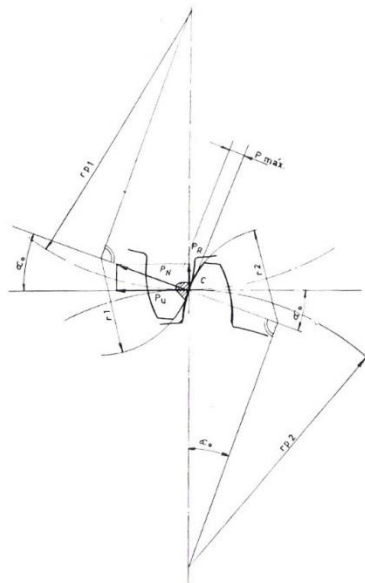


Figura 1 – Distribuição de pressão nos dentes de um par de Engrenagens (STIPKOVIC, 2001)

De acordo com a fórmula de Hertz, a pressão $p_{m\acute{a}x}$ verifica-se no centro de uma pequena faixa de contato entre dois cilindros paralelos e é dada por:

$$p_{máx}^2 = \frac{0,35 \cdot P_N}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot b} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \right) \text{ [kgf/cm}^2\text{]} \quad (1)$$

Onde:

P_N – Esforço normal às superfícies de contato (Kgf);

b – largura da superfície em contato(cm);

$E_{1,2}$ – Módulo de elasticidade (kgf / cm²);

$r_{1,2}$ – Raios de curvatura dos cilindros em contato (cm).

Para a aplicação da expressão de Hertz às engrenagens cilíndricas de dentes retos com traçado envolvente pode-se fazer:

$$r_1 = \frac{dp_1}{2} \cdot \text{sen } \alpha o \quad (2)$$

e

$$r_2 = \frac{dp_2}{2} \cdot \text{sen } \alpha o \quad (3)$$

A relação (i) de multiplicação de par engrenado vale

$$i = \frac{dp_2}{dp_1} \quad (4)$$

Resultará, portanto:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{dp_1 \cdot \text{sen } \alpha o} \cdot \left(\frac{i \pm 1}{i} \right) \quad (5)$$

O sinal (+) para convexidade e (-) para concavidade.

O esforço tangencial (P_u) relaciona-se com o esforço normal (P_N) através de:

$$P_u = P_N \cdot \cos \alpha o \quad (6)$$

A pressão $P_{máx}$ que se estabelece para o par engrenado será:

$$P_{máx} = \sqrt{\frac{0,35}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cos \alpha o \cdot \text{sen } \alpha o}} \cdot \sqrt{\frac{P_u}{b \cdot dp_1} \cdot \frac{i \pm 1}{i}} \text{ [kgf/cm}^2\text{]} \quad (7)$$

O fator f equivalerá a:

$$f = \sqrt{\frac{0,35}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}} \quad (8)$$

Para um ângulo de pressão $\alpha = 20^\circ$, tem-se para diferentes pares engrenados os seguintes valores de f:

Tabela 1- Fator de contato f (STIPKOVIC, 2001).

	valores de [f]
pinhão de aço [$E_1 = 2,1 \times 10^{10}$ Kp/cm ²] engrenagem de aço [$E_2 = 2,1 \times 10^{10}$ Kp/cm ²]	1512
pinhão de aço [$E_1 = 2,1 \times 10^{10}$ Kp/cm ²] engrenagem de ferro fundido [$E_2 = 1,05 \times 10^{10}$ Kp/cm ²]	1234
pinhão de ferro fundido [$E_1 = 1,05 \times 10^{10}$ Kp/cm ²] engrenagem de ferro fundido [$E_2 = 1,05 \times 10^{10}$ Kp/cm ²]	1069

Por outro lado, o momento M_{T1} no eixo do pinhão é dado por:

$$M_{T1} = P_U \frac{d_{p1}}{2} \quad (9)$$

Resultará, portanto:

$$b d_{p1}^2 \geq 2 f^2 \frac{M_{t1}}{P_{1(2)adm} \cdot \varphi_P} \cdot \frac{i \pm 1}{i} [cm^3] \quad (10)$$

Onde: i – relação de transmissão;

M_t – momento torçor em Kgf x cm;

b – largura da engrenagem em cm;

d_p – diâmetro primitivo do pinhão em cm.

O fator (φ_P) é dado em função de β_0 através da Tabela 2:

Tabela 2 – Fatores de correção para Engrenagens helicoidais (STIPKOVIC, 2001).

φ_r	1,0	1,20	1,28	1,33	1,35	1,36	1,36	1,36	1,36	1,36
β_0	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°

O produto $b d_p^2$ representa exatamente o volume aproximado [cm³] do pinhão capaz de transmitir uma potência N [CV], suportando uma pressão P_{adm} [kgf/cm²].

A pressão admissível [P_{adm}] depende da dureza e da duração em milhões de revoluções.

$$P_{adm} \cong \frac{48,7 \cdot HB}{W^{1/6}} \text{ [kgf / cm}^2\text{]} \quad (11)$$

Onde: HB – dureza Brinell [kgf / mm²]

W – vida em milhões de revoluções.

A vida em milhões de revoluções pode ser calculado por:

$$W = \frac{60 \cdot n \cdot h}{10^6} \quad (12)$$

Onde:

n – rotação em rpm;

h – duração ou vida em horas de funcionamento.

2.1.2. Dimensionamento pelo critério de Resistência

O dente quando solicitado pela força normal, comporta-se como uma viga em balanço solicitada por uma força cortante e uma força normal de compressão, como ilustrado na Figura 2.

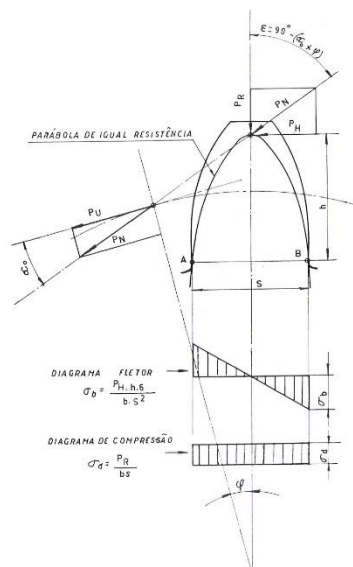


Figura 2 – Dente de uma engrenagem carregado com força normal. (STIPKOVIC, 2001).

A tensão máxima atuante no pé do dente do pinhão e da coroa pode ser escrita por:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_T \cdot q}{b \cdot m_n \cdot e \cdot \varphi_r} \leq \sigma_{fadm} \quad (13)$$

Caso a tensão calculada exceder a tensão admissível, deve ser aumentado o módulo. Deve-se também verificar os dentes do pinhão e da coroa.

Onde e: Fator de carga

e = 0,80 para utilização e incidência de carga máxima continuamente.

e = 1,5 para pouco uso e pequenas incidências de cargas máximas.

Onde: m_n – módulo normal

$$m_n = m_s \cdot \cos \beta_0 \quad (14)$$

Para a determinação do fator de forma (q), utilizam-se os mesmos valores das ECDR, entretanto deve-se tomar como número de dentes o valor de:

$$Z_n = \frac{Z}{\cos^3 \beta_0} \quad (15)$$

Onde: Z_n – Número de dentes tomados na normal

Os valores correspondentes ao fator de forma [q] para ângulo de pressão $\alpha_0 = 20^\circ$ sem correção são apresentados na Tabela 2:

Tabela 3 – fatores de forma (STIPKOVIC, 2001).

PARA ENGRENAMENTO EXTERNO

nº de dentes [Z]	12	13	14	15	16	17	18	21	24	28	34	40	50	65	80	100	∞
fator [q]	4,5	4,3	4,1	3,9	3,75	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,45

PARA ENGRENAMENTO INTERNO

nº de dentes [Z]	20	24	30	38	50	70	100	200	∞
fator [q]	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,45

O fator φ_r é dado em função de β_0 através da seguinte tabela:

Tabela 4 – Fatores de correção para Engrenagens helicoidais
(STIPKOVIC, 2001).

φ_r	1,0	1,20	1,28	1,33	1,35	1,36	1,36	1,36	1,36	1,36
β_0	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°

3. Dimensionamento do redutor

A Figura 3 ilustra um esquema do conjunto CVT/ Redutor. O redutor será dimensionado a posteriori.

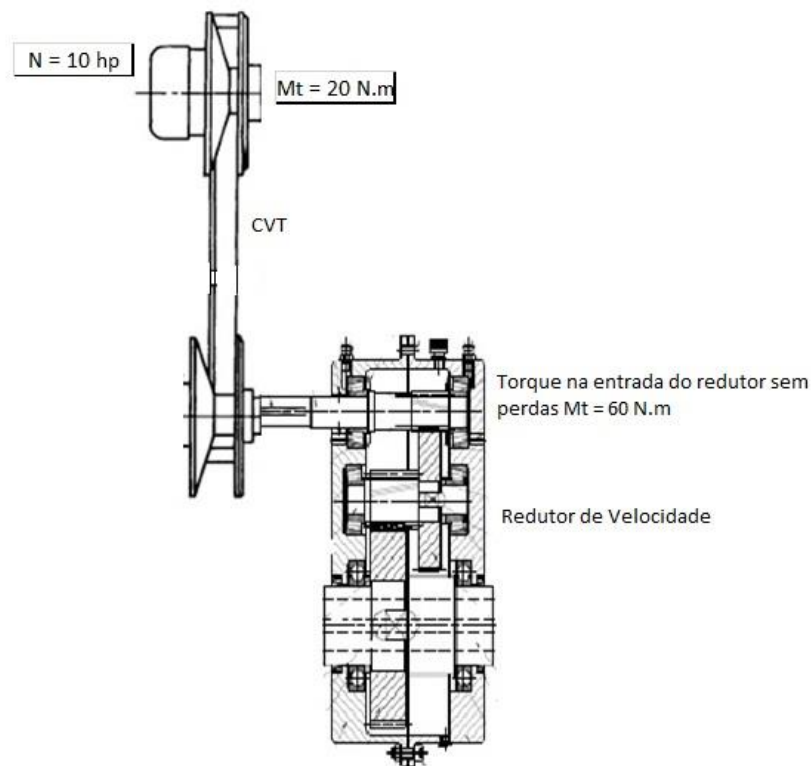
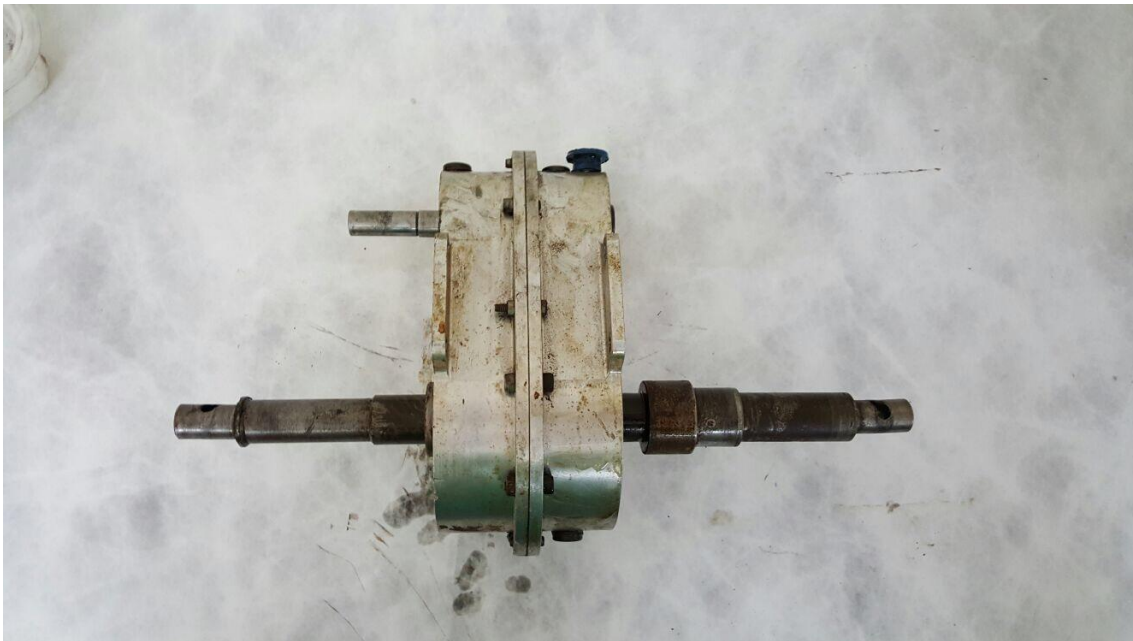


Figura 3- Conjunto CVT / Redutor (Acervo Pessoal)

Observando a figura 3 nota-se que o torque na entrada do redutor (1° par de engrenagens) é 60 N x m e a potência máxima do motor do Baja é 10 HP . O CVT tem relação de transmissão igual a 3, desta forma o torque na entrada do CVT é 20 N x m .

Antes de partir para o dimensionamento, o redutor disponível no laboratório da Universidade Presbiteriana Mackenzie foi desmontado, verificando-se os componentes. Desta forma, estando o redutor em perfeito estado, optou-se a priori pela utilização do mesmo no projeto Baja.

As Fotografias 1 e 2 ilustram a disposição deste redutor.



Fotografia 1- Redutor fechado. (Acervo Pessoal)

Observando a Fotografia 1 nota-se que o diâmetro do eixo de saída é maior que o de entrada devido ao aumento do torque.



Fotografia 2 – Redutor aberto. (Acervo Pessoal)

Observando a Fotografia 2 nota-se que a coroa do 2º par de engrenagens é maior que a do 1º par devido ao aumento do torque da entrada até a saída do redutor.

Devido sua utilização, para competições onde é exigido o torque máximo do motor, o redutor do Baja será verificado considerando uma vida útil de 200

horas e um fator de carga e igual a 0,8 devido as cargas máximas e choques inerentes da sua utilização.

A tabela 5 ilustra os dados das engrenagens do redutor, que serão verificadas pelo critério de pressão e resistência á flexão no pé do dente da engrenagem. O desenho de conjunto do redutor encontra-se no Apêndice A.

Tabela 5- Dados das engrenagens do redutor. (Acervo pessoal)

Parâmetros de projeto	1º Par	2º Par
Z _{1,3} - Número de dentes do pinhão	15	14
Z _{2,4} - Número de dentes da Coroa	62	55
dp – diâmetro primitivo do pinhão (mm)	18,75	28
b- Largura do dente da engrenagem (mm)	15	25
m _n – módulo das engrenagens (mm)	1,25	2,0
β _o - Ângulo de hélice da engrenagem (graus)	15°	15°
HB – Dureza Brinell (Kgf/mm ²)	400	400
σ _{máx} – Tensão admissível á flexão no pé do dente (Kgf/cm ²)	1800	1800
n – rotação do pinhão (rpm)	900	217,91
i - relação de transmissão	4,13	3,92
q – fator de forma do dente do pinhão	3,9	4,1
φ _p – Fator de correção por pressão	1,31	1,31
φ _r - Fator de correção por resistência	1,33	1,33
h– número de horas de funcionamento	200	200
e – Fator de carga	0,8	0,8
f– Fator de contato (aço/ aço)	1512	1512

3.1 – Verificação do 1º par de engrenagens

Será verificado se a engrenagem do 1º par do redutor suporta o torque e a potência transmitida pelo motor do Baja pelos critérios de pressão e resistência á flexão no pé do dente.

Pelo critério de pressão, aplicando as equações (12) e (11) com os dados da Tabela 5 vem $W = 10,8$ milhões de revoluções e $p_{adm} = 13102,42$ Kgf/cm².

Isolando o torque M_T na equação (10) com os valores da Tabela 5 e o valor da pressão admissível calculado da equação (11) vem:

$$M_T \leq 208,817 \text{ Kgf} \times \text{cm}$$

No sistema internacional vem $M_T \leq 20,48 \text{ N} \times \text{m}$

Fazendo $M_T = 72620 \cdot \frac{N}{n} \leq 208,817$ com a rotação da tabela 5 vem:

$$N \leq 2,58 \text{ HP}$$

Pelo critério de resistência, isolando a força tangencial P_u na equação (13), com os valores da Tabela 5, e aplicando a equação (9) vem:

$$M_T \leq 86,31 \text{ Kgf } \times \text{ cm}$$

No sistema internacional vem $M_T \leq 8,46 \text{ N } \times \text{ m}$

$$\text{Fazendo } M_T = 72620 \cdot \frac{N}{n} \leq 86,31 \text{ com a rotação da tabela 5 vem:}$$
$$N \leq 1,06 \text{ HP}$$

3.2 Verificação do 2º par de engrenagens

Será verificado se a engrenagem do 2º par do redutor suporta o torque e a potência transmitida pelo motor do Baja pelos critérios de pressão e resistência á flexão no pé do dente.

Pelo critério de pressão, aplicando as equações (12) e (11) com os dados da Tabela 5 vem $W = 2,61$ milhões de revoluções e $p_{adm} = 16601,55 \text{ Kgf/cm}^2$.

Isolando o torque M_T na equação (10) com os valores da Tabela 5 e o valor da pressão admissível calculado da equação (11) vem:

$$M_T \leq 1233,14 \text{ Kgf } \times \text{ cm}$$

No sistema internacional vem $M_T \leq 121 \text{ N } \times \text{ m}$

$$\text{Fazendo } M_T = 72620 \cdot \frac{N}{n} \leq 1233,14 \text{ com a rotação da tabela 5 vem:}$$
$$N \leq 3,70 \text{ HP}$$

Pelo critério de resistência, isolando a força tangencial P_u na equação (13), com os valores da Tabela 5, e aplicando a equação (9) vem:

$$M_T \leq 327 \text{ Kgf } \times \text{ cm}$$

No sistema internacional vem $M_T \leq 32 \text{ N } \times \text{ m}$

$$\text{Fazendo } M_T = 72620 \cdot \frac{N}{n} \leq 327 \text{ com a rotação da tabela 5 vem:}$$
$$N \leq 0,98 \text{ HP}$$

Desta forma, analisando os resultados obtidos, nota-se que a máxima potência e torque que o redutor suporta são respectivamente 0,98 HP e 8,46 N x m.

Observando a Figura 3, nota-se que o máximo torque do redutor na entrada é 60 N x m e a potência máxima do motor é 10 HP. O redutor verificado acima apresenta potência máxima de 0,98 HP e torque máximo de 8,46 N . m. Desta forma, o redutor verificado não pode ser utilizado no projeto Baja, ocasionando falha das engrenagens por pressão e flexão no pé do dente.

Como solução será projetado um novo redutor em função de torque máximo disponível no pinhão, que é o mais solicitado, para a utilização no projeto Baja.

4. Projeto do redutor para o torque máximo disponível

Calcular-se-á o módulo do redutor pelo critério de resistência para que suporte o torque máximo no pinhão e em seguida verifica-se pelo critério de pressão se a pressão no flanco do dente é menor que a pressão admissível.

A tabela 6 ilustra os dados das engrenagens deste novo projeto, onde procurou-se manter os mesmos dados, definindo uma relação ótima de projeto para a razão entre a largura do dente e o diâmetro primitivo do pinhão.

Tabela 6 - Dados das engrenagens do redutor. (Acervo pessoal)

Parâmetros de projeto	1º Par	2º Par
Z _{1,3} - Número de dentes do pinhão	15	14
Z _{2,4} - Número de dentes da Coroa	62	55
b / dp – razão entre largura do dente e diâmetro do pinhão	1,0	1,0
M _T – torque máximo no pinhão (Kgf x cm)	601	2482
β _o - Ângulo de hélice da engrenagem (graus)	15°	15°
HB – Dureza Brinell (Kgf/mm ²)	400	400
σ _{máx} – Tensão admissível á flexão no pé do dente (Kgf/cm ²)	1800	1800
n – rotação do pinhão (rpm)	900	217,91
i - relação de transmissão	4,13	3,92
q – fator de forma do dente do pinhão	3,9	4,1
φ _P – Fator de correção por pressão	1,31	1,31
φ _r - Fator de correção por resistência	1,33	1,33
h– número de horas de funcionamento	200	200
e – Fator de carga	0,8	0,8
f– Fator de contato (aço/ aço)	1512	1512

4.1 Projeto do 1º par de engrenagens

Pelo critério de resistência, isolando P_u na equação (9) e substituindo com a equação (14) na equação (13) em função do módulo frontal m_s vem:

$$m_s \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M_T \cdot q}{Z^2 \cdot \cos \beta_o \cdot e \cdot \phi_r \cdot \sigma_{adm}}} \quad (16)$$

Substituindo os valores da Tabela 6 na equação (16) vem:

$$m_s = 0,224 \text{ cm}$$

Aplicando a equação (14) com o valor de m_s e β_o obtido na tabela 6 tem-se: $m_n = 0,216$ cm, normalizando para um valor acima mais próximo em mm vem $m_n = 2,25$ mm. Recalculando m_s vem $m_s = 2,32$ mm.

Desta forma a relação b/d_p é igual a 34,8 mm ($d_p = m_s \cdot z$).

Pelo critério de pressão substituindo os valores da tabela 6 com o valor de d_p na equação (10) obtém-se a pressão atuante no flanco do dente da engrenagem que deve ser menor que a pressão admissível calculada pela equação (11). Desta forma vem:

$$P_{at} = 7862,90 \text{ Kgf / cm}^2 < p_{adm} \text{ (} p_{adm} = 13102,42 \text{ Kgf / cm}^2 \text{)}$$

Nota-se que o módulo do 1° par de engrenagem atende perfeitamente as condições de projeto.

4.2 Projeto do 2° par de engrenagens

Substituindo os valores da Tabela 6 na equação (16) vem:

$$m_s = 0,38 \text{ cm}$$

Aplicando a equação (14) com o valor de m_s e β_o obtido na tabela 6 tem-se: $m_n = 0,367$ cm, normalizando para um valor acima mais próximo em mm vem $m_n = 3,75$ mm. Recalculando m_s vem $m_s = 3,88$ mm.

Desta forma a relação b/d_p é igual a 54,32 mm ($d_p = m_s \cdot z$).

Pelo critério de pressão substituindo os valores da tabela 6 com o valor de d_p na equação (10) obtém-se a pressão atuante no flanco do dente da engrenagem que deve ser menor que a pressão admissível calculada pela equação (11). Desta forma vem:

$$P_{at} = 8236,29 \text{ Kgf / cm}^2 < p_{adm} \text{ (} p_{adm} = 16601,55 \text{ Kgf / cm}^2 \text{)}$$

Nota-se que o módulo do 2° par de engrenagem também atende perfeitamente as condições de projeto.

5. Considerações Finais

O redutor idealizado para o tipo de competição na qual o Baja é submetido, deve operar com o torque máximo e a potência máxima fornecida pelo motor do carro. Desta forma as engrenagens do redutor idealizado anteriormente para a utilização no projeto, não suporta torque máximo que deve ser transmitido pelo motor do carro até o pinhão (engrenagem menor), vindo a falhar pelos critérios de dimensionamento á pressão e flexão no pé do dente.

Desta forma um novo redutor foi projetado para atender os requisitos de projeto do torque e potência para a competição baja. O redutor projetado

apresentou módulos das engrenagens maiores que o redutor citado anteriormente, ou seja 2,25 mm no 1º par e 3,75 mm no 2º par.

O redutor deve ser fabricado ou comprado posteriormente para a utilização no carro baja. Isto demandará um aumento de peso do redutor, visto que o módulo é maior, conseqüentemente, as engrenagens serão maiores. Uma solução é fabricar as coroas (engrenagens maiores) com alívio de peso, através de retirada de material do cubo da engrenagem.

6. Referências Bibliográficas

AGOSTINHO, RODRIGUES E LIRANI ; Tolerâncias, Ajustes, Desvios e Análises De Dimensões, Editora Edgard Bluchard, São Paulo, 1995.

JUVINALL, R. C.; MARSHECK, K. M. Fundamentos do projeto de componentes de máquinas, ed. LTC, 4º edição, São Paulo 2008.

MOTT, R.L.; Machine Elements in Mechanical Design, 2ª. ed. Prentice-Hall Inc, New Jersey, 1992.

NIEMANN, G.; Elementos de máquinas, Ed. Edgard Blucher, vol. 1, 2 e 3, São Paulo 1971.

NORTON, R.L.; Machine Design, 2ª ed, Prentice-Hall Inc, New Jersey, 1996
Normas: ABNT, ISO, AGMA (American Gear Manufacturers Association), BSI.

NORTON, R.L. Projeto de máquinas: uma abordagem integrada, 2ª ed. Bookman Companhia Editora, São Paulo, 2004.

PROVENZA, Francesco. Desenhista de Máquinas- 46 ed. São Paulo: F Provenza 1991.

RESHETOV, D. N. Atlas de construção de Máquinas, Editora Hemus, 2005.

SHIGLEY, J. E.; Elementos de máquinas, Ed. . Edgard Blucher, São Paulo 1981.

STIPKOVIC, M., Engrenagens, 3ª ed., Editora Printon, São Paulo, 2001.

Equipe Participante

Docentes:

Luiz Antonio Pinheiro Balestrero

Carlos Oscar de Almeida Filho

Jean Pierre Garci

José Pucci Cally

Discentes:

Raphael Rodrigues Flório, curso Eng. Mecânica.

Apêndice A

